

BAB 2 LANDASAN TEORETIS

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Kemampuan Number Sense

Dalam buku “*Number: The Language of Science*” karya Tobias Dantzig tahun 1954, beliau memperkenalkan istilah “*number sense*” dan menjelaskan bahwa sejak masa prasejarah manusia telah memiliki suatu kemampuan dasar yang disebut sebagai *number sense*, *number sense* dipahami sebagai kemampuan alami manusia untuk mengenali, membedakan, dan mengelompokkan jumlah tanpa perlu simbol formal atau lebih dikenal dengan kemampuan untuk mengenali perubahan jumlah dalam suatu kumpulan kecil objek tanpa melalui proses menghitung.

Seiring berjalannya waktu *number sense* ini terus berkembang, menurut Sousa, (2015) dalam bukunya menyebutkan meskipun *number sense* merupakan kemampuan bawaan tetapi para ahli menekankan bahwa kemampuan ini tidak bersifat tetap atau kaku, melainkan dapat berkembang melalui pengalaman belajar baik formal maupun informal sebelum memasuki sekolah. Sebab, sistem neurokognitif hanya menyediakan fondasi dasar untuk memahami bilangan sementara interaksi dengan lingkungan dan pembelajaran matematika yang bermakna berperan penting dalam memperluas serta memperdalam kemampuan tersebut. Selain itu, Berch menegaskan bahwa *number sense* bukanlah keterampilan yang dapat diajarkan melalui materi khusus, melainkan suatu cara berpikir matematis yang harus terkandung dalam proses pembelajaran. Dengan demikian, *number sense* dianggap sebagai hasil dari proses pembelajaran matematika yang bermakna, sekaligus menjadi landasan penting bagi penguasaan konsep-konsep matematika lanjutan.

Menurut Rahma & Endah, (2021) kemampuan *number sense* merupakan kemampuan seseorang dalam memahami bilangan dan operasinya secara intuitif, fleksibel, dan bermakna serta menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan bilangan. Selanjutnya, Ilyas & Alam, (2024) mendefinisikan *number sense* sebagai kemampuan yang mencerminkan kepekaan seseorang dalam memahami bilangan dan operasinya, yang kemudian dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah matematika. Selain itu, McIntosh dalam Viantasari et al., (2024) mendefinisikan

bahwa kemampuan *number sense* merupakan kemampuan seseorang untuk memahami angka, memahami cara kerja operasi bilangan, dan menggunakan pemahaman itu secara masuk akal, efisien, dan fleksibel dalam berbagai situasi.

Dari beberapa penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwa kemampuan *number sense* merupakan kemampuan intuitif bilangan, operasi bilangan dan hubungannya, untuk menyelesaikan masalah dengan strategi berhitung secara masuk akal, fleksibel, efisien, dan bermakna dalam berbagai situasi kehidupan maupun pembelajaran matematika. Individu yang memiliki *number sense* yang baik tidak hanya mampu menggunakan bilangan dalam kehidupan sehari-hari, tetapi juga dapat menyelesaikan berbagai permasalahan matematika secara masuk akal tanpa terpaku pada prosedur rutin.

Number sense diakui sebagai keterampilan dasar dalam pendidikan matematika, penting bagi siswa untuk mengembangkan pemahaman yang fleksibel tentang angka, mempertajam keterampilan estimasi mereka, dan menilai kewajaran hasil matematis (Balkist & Jupri, 2025). Kemampuan ini memungkinkan seseorang menyelesaikan permasalahan matematika tanpa bergantung pada prosedur rutin, akan tetapi melalui pemahaman konsep, estimasi, serta penilaian kewajaran hasil. Hal ini juga diperkuat oleh pernyataan (Rulia et al., 2021) bahwa *number sense* meliputi kemampuan yang berkaitan dengan perhitungan, mengenali pola bilangan, membandingkan bilangan, serta memperkirakan hasil operasi bilangan.

Menurut Gurganus (2004) terdapat beberapa saran yang bisa dilakukan oleh guru untuk meningkatkan *number sense* siswa di semua jenjang , antara lain.

1. Hubungkan bilangan dengan benda yang bermakna

Untuk membantu siswa memahami bilangan sebagai nilai, bukan sekedar label, kaitkan bilangan dengan benda konkret. Misalnya, sepeda memiliki roda dua dan mobil memiliki empat roda.

2. Gunakan bahasa secara bertahap untuk mencocokkan bilangan dengan benda dan simbol

Guru dapat memberi contoh melalui percakapan dengan membuat kalimat tentang aktivitas berhitung, sehingga siswa dapat menggunakan dialog batin untuk menjelaskan hubungan tersebut. Contohnya, “Dua balok ditambah tiga balok lagi menjadi lima balok”

3. Libatkan siswa dalam kegiatan menghitung

Guru memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan aktivitas berhitung secara langsung untuk menumbuhkan pemahaman dasar tentang bilangan. Dengan menghitung, siswa belajar mengenali urutan, jumlah, dan hubungan antar bilangan sehingga konsep angka tidak hanya abstrak tetapi juga bermakna.

4. Berikan pengalaman belajar melalui penggunaan garis bilangan

Garis bilangan berfungsi sebagai representasi visual yang membantu siswa memahami posisi dan hubungan antarbilangan. Guru menggunakan garis bilangan sebagai media visual untuk menunjukkan operasi matematika. Misalnya, siswa diminta melompat maju di garis bilangan untuk penjumlahan atau mundur untuk pengurangan. Dengan cara ini, konsep abstrak bilangan menjadi lebih konkret dan mudah dipahami.

5. Rancang pengalaman estimasi yang bermakna

Siswa perlu memahami bahwa tidak semua hal dapat atau perlu diukur secara tepat. Berikan banyak latihan estimasi dan tekankan bahwa estimasi bukanlah sekadar menebak, melainkan perkiraan dalam rentang yang masuk akal berdasarkan pengalaman. Contohnya, “Menurutmu berapa banyak siswa yang makan di kantin hari ini?”

6. Lakukan pengukuran dan buat perkiraan pengukuran

Dengan melibatkan siswa untuk melakukan pengukuran dan melatih menentukan perkiraan siswa akan memahami nilai kuantitatif serta dapat mengasah intuisi dan kemampuan memperkirakan sebelum mengetahui hasil pasti.

7. Gunakan tabel atau bagan bilangan sebagai alat belajar

Dengan menggunakan tabel atau bagan bilangan hal tersebut dapat membantu siswa melihat pola, keteraturan, dan hubungan antarbilangan.

8. Perkenalkan berbagai media yang memuat bilangan atau representasinya.

Mintalah siswa mengamati benda-benda seperti dadu, domino, kartu permainan, uang logam, jam, dan penggaris. Ajak mereka menemukan cara memanfaatkan benda-benda tersebut untuk kegiatan menghitung, membuat pola, melakukan operasi bilangan, dan membandingkan nilai.

9. Gunakan buku cerita yang mengandung konsep bilangan

Cerita yang memuat bilangan membuat pembelajaran lebih kontekstual dan menyenangkan. Siswa dapat memahami konsep matematika melalui narasi yang dekat dengan kehidupan sehari-hari, sehingga bilangan terasa relevan.

10. Latihkan siswa dengan membuat persegi bilangan ajaib

Persegi bilangan ajaib merupakan susunan angka berbentuk kotak persegi di mana jumlah angka pada setiap baris, kolom, dan diagonal selalu sama. Persegi bilangan ajaib melatih siswa melihat keteraturan dan keseimbangan dalam bilangan.

11. Perkenalkan bilangan besar secara bertahap

Dengan mengenalkan bilangan besar sedikit demi sedikit, siswa dapat memahami bahwa bilangan berkembang tanpa batas dan memiliki struktur yang konsisten.

12. Latih siswa mengumpulkan dan menyajikan data

Di semua jenjang kelas, siswa dapat mengumpulkan data yang bermakna. Dorong mereka menggunakan benda konkret. Selanjutnya, minta siswa menganalisis data tersebut menggunakan grafik, rumus, dan berbagai bentuk perbandingan (Sousa, 2015).

Selanjutnya terdapat tiga komponen *number sense* yang dicetuskan oleh McIntosh et al., (2005) dalam penelitiannya meliputi: pemahaman serta kemampuan dalam konsep bilangan, keterampilan dalam menggunakan operasi bilangan, dan menerapkan keterampilan bilangan dan operasi dalam komputasi. Berdasarkan klasifikasi ini, McIntosh juga merumuskan sejumlah indikator guna memfasilitasi pemahaman dan pengembangan latihan *number sense* yang sesuai dengan masing-masing komponen. Komponen dan indikator yang dimaksud disajikan pada tabel berikut.

Tabel 2.1 Indikator Kemampuan *Number Sense*

Komponen	Indikator
Pemahaman serta kemampuan dalam konsep bilangan	1. Mengenal keteraturan bilangan 2. Dapat membuat berbagai representasi terhadap bilangan 3. Mengenal besaran relatif dan besaran mutlak dari suatu bilangan

Komponen	Indikator
	4. Mahir dalam system of benchmark
keterampilan dalam menggunakan operasi bilangan	1. Memahami pengaruh operasi terhadap bilangan 2. Menerapkan sifat operasi 3. Memahami hubungan antar operasi
Menerapkan keterampilan bilangan dan operasi dalam perhitungan	1. Mengetahui hubungan antara konteks masalah dan perhitungan sebenarnya 2. Menyadari adanya berbagai strategi 3. Memiliki kepekaan dalam menggunakan representasi dan metode yang efisien 4. Memiliki kesadaran untuk memeriksa data dan hasil

(McIntosh et al., 2005)

Menurut Fiore & Tackaberry 2018, dalam Shafira et al., (2024), komponen *Number sense* secara spesifik; (1) *quantity*, yaitu kemampuan siswa dalam menunjukkan pemahaman terhadap bilangan; (2) *counting*, yakni keterampilan dalam melakukan perhitungan dan merancang strategi penyelesaian; (3) *relating*, yaitu kemampuan menghubungkan bilangan satu dengan lainnya; dan (4) *representing*, yakni kemampuan siswa dalam memvisualisasikan konsep matematika serta menyusun kesimpulan dari hasil representasi tersebut.

Adapun indikator kemampuan *number sense* yang digunakan dalam penelitian ini ialah indikator yang dikembangkan oleh McIntosh et al., (2005) dan telah digunakan oleh beberapa peneliti diantaranya, Wiladatul & Ummu, (2023); Hastuti & Setyaningrum, (2023a); dan Rosidah et al., (2024). Indikator kemampuan *number sense* yang dimaksud sebagai berikut.

1. Mengidentifikasi sifat berurutan dari bilangan-bilangan dan keteraturan pada sistem bilangan.
2. Menentukan estimasi terdekat pada suatu hasil operasi bilangan dan merepresentasikannya.
3. Mengidentifikasi karakteristik hasil operasi bilangan dan implikasinya pada berbagai jenis bilangan.

4. Menilai kewajaran hasil suatu perhitungan.

Penelitian ini menggunakan indikator diatas dikarenakan lebih disesuaikan dalam menilai kemampuan *number sense* siswa pada materi yang diajarkan.

Selanjutnya contoh soal dan jawaban kemampuan *number sense* sebagai berikut.

1. Sebuah provider internet menawarkan paket data dengan biaya langganan tetap sebesar Rp10.000 per bulan ditambah biaya per GB (x).

- Bulan ke-1, pemakaian 2 GB
- Bulan ke-2, pemakaian 3 GB
- Bulan ke-3, pemakaian 4 GB

Jika pola pemakaian internet tersebut terus meningkat secara teratur, tentukan variabel, koefisien, dan konstanta dari bentuk aljabar biaya bulan ke-6 yang sudah kalian tentukan!

2. Ibu sedang membuat dua jenis adonan roti menggunakan sebuah gelas takar yang sama untuk mengambil tepung terigu dalam sebuah kemasan. Beratnya tepung dalam satu gelas belum diketahui. Berikut adalah proses penimbangan yang dilakukan Ibu:

Untuk Adonan Roti A:

Ibu menuangkan 4 gelas takar penuh tepung ke dalam wadah. Karena dirasa adonannya terlalu lembek, Ibu menambahkan lagi 10 gram tepung terigu ke dalamnya.

Untuk Adonan Roti B:

Ibu awalnya menuangkan 3 gelas takar penuh tepung ke dalam wadah. Namun, setelah melihat resep kembali, ternyata takaran itu terlalu banyak. Akhirnya, Ibu mengambil kembali 5 gram tepung dari wadah tersebut.

Berdasarkan informasi diatas, selidiki bentuk aljabar paling sederhana untuk total berat tepung kedua adonan tersebut dan jika berat tepung dalam gelas takar 50,25 gram, pilihlah mana di antara kedua estimasi berikut yang paling mendekati berat total tepung kedua adonan sebenarnya, jelaskan!

Estimasi A: 350 gram

Estimasi B: 380 gram

3. Disajikan bentuk aljabar $3(4x + 6)$, dimana x adalah bilangan bulat positif. Tanpa mensubstitusi nilai x , apakah hasil dari bentuk aljabar tersebut selalu habis dibagi 6 untuk setiap x bilangan bulat positif? Berikan alasannya!
4. Pak Guru menuliskan soal bentuk aljabar $(x + 4)^2$ di papan tulis dan meminta siswa untuk menjawab. Budi merasa soal tersebut dapat diselesaikan dengan cepat, dengan penuh percaya diri ialah menuliskan jawaban bahwa $(x + 4)^2 = x^2 + 16$. Setelah Budi menjawab soal, bantu Pak Guru untuk memeriksa apakah jawaban Budi benar atau salah? buktikan!

Berikut jawaban dari soal *number sense* diatas.

1. Diketahui :

Bulan ke-1 : 2 GB

Bulan ke-2 : 3 GB

Bulan ke-3 : 4 GB, jika biaya per GB (x) dan tiap bulan ditambah biaya tetap 10000 maka :

Biaya Bulan ke-1 : $2x + 10000$

Biaya Bulan ke-2 : $3x + 10000$

Biaya Bulan ke-3 : $4x + 10000$

Ditanyakan : Tentukan variabel, koefisien, dan konstanta dari bentuk aljabar biaya bulan ke-6!

Penyelesaian :

Bentuk aljabar bulan ke-6 :

Karena biaya pemakaian per GB bertambah 1 disetiap bulan, maka biaya bulan ke-6 adalah 7 GB + 10000. Jadi bentuk aljabarnya:

$7x + 10000$

Unsur bentuk aljabarnya

- Variabel : x
- Koefisien : 7
- Konstanta : 10000

2. Diketahui :

Misalkan, berat tepung dalam satu gelas = x gram

Adonan A

$$4x + 10$$

Adonan B

$$3x - 5$$

Ditanyakan :

Selidiki bentuk aljabar paling sederhana untuk total berat tepung kedua adonan tersebut dan jika berat tepung dalam gelas takar 50,25 gram, pilihlah mana di antara kedua estimasi berikut yang paling mendekati berat total tepung kedua adonan sebenarnya, jelaskan!

Estimasi A: 350 gram

Estimasi B: 380 gram

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Total berat kedua adonan} &= \text{adonan A} + \text{adonan B} \\ &= (4x + 10) + (3x - 5) \\ &= 7x + 5\end{aligned}$$

Estimasi A

Jika $x = 50,25$

$$\begin{aligned}\text{Maka, total berat} &= 7x + 5 \\ &= 7(50,25) + 5 \\ &= 351,75 + 5 \\ &= 356,75\end{aligned}$$

Estimasi yang paling mendekati A yaitu 350 gram

3. Diketahui :

$3(4x + 6)$, x bilangan bulat positif

Ditanyakan :

Apakah hasil dari bentuk aljabar tersebut selalu habis dibagi 6 untuk setiap x bilangan bulat positif? Berikan alasannya!

Penyelesaian :

$$3(4x + 6) = 12x + 18$$

$$12x + 18 = 6(2x + 3)$$

hasilnya selalu habis dibagi 6 untuk setiap x bilangan bulat positif.

4. Diketahui :

$$(x + 4)^2 = x^2 + 16$$

Ditanyakan : apakah bentuk aljabar diatas benar atau salah? buktikan!

Penyelesaian :

$$(x + 4)^2 = x^2 + 16$$

Jawaban tersebut salah, karena jika suatu bilangan ditambah 4 lalu dikuadratkan, hasilnya akan lebih besar dari pada $x^2 + 16$

2.1.2 Model Pembelajaran DNR (Duality, Necessity, and Repeated and Reasoning)

Model pembelajaran merupakan suatu kerangka konseptual yang menjelaskan langkah-langkah terstruktur dalam menyelenggarakan proses pembelajaran guna mencapai tujuan tertentu, sekaligus menjadi acuan dalam merencanakan dan melaksanakan kegiatan belajar (Sarumaha et al., 2023). Dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, berbagai teori dan model telah dikembangkan untuk menjelaskan bagaimana siswa dapat membangun pengetahuan secara bermakna. Model-model tersebut berfungsi sebagai jembatan antara teori belajar dengan praktik di kelas, sehingga guru memiliki acuan dalam merancang pengalaman belajar yang lebih efektif. Salah satu model yang menekankan pentingnya proses berpikir, kebutuhan intelektual, serta pengulangan penalaran dalam membentuk pemahaman mendalam adalah model pembelajaran DNR.

Model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) merupakan model pembelajaran yang mengacu pada bagaimana siswa mengonstruksi pengetahuan lewat cara berpikir dan cara memahami, memiliki kebutuhan intelektual, serta pengulangan proses berpikir untuk memperkuat pemahaman (Harel, 2021). Model DNR telah dikembangkan dengan berbagai eksperimen pembelajaran dan telah diteliti selama kurang lebih tiga puluh tahun di tingkat sekolah dasar, menengah, hingga perguruan tinggi, serta melalui praktik pengajaran yang digunakan dalam program pengembangan profesional guru di setiap jenjang pendidikan.

Pencetus pertamanya ialah Guershon Harel seorang profesor matematika di Universitas California, San Diego dan juga sebagai seorang peneliti dalam bidang pendidikan matematika, memperkenalkan DNR sebagai kerangka untuk memahami bagaimana siswa membangun pengetahuan matematis. Selain itu penelitian Mujib & Firmansyah, (2022) menunjukkan bahwa model DNR memiliki efektivitas tinggi dan

memberikan dampak signifikan terutama bagi siswa dengan pengetahuan awal matematika yang rendah. Pengetahuan awal disini mencakup keterampilan dasar seperti operasi bilangan (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian), pemahaman konsep bilangan, pecahan, desimal, serta kemampuan sederhana dalam memperkirakan atau menilai kewajaran hasil. Hal ini menunjukkan bahwa DNR tidak hanya berfungsi sebagai model pengajaran yang menekankan proses berpikir siswa dan kebutuhan pembelajaran, tetapi juga membangun fleksibilitas berpikir numerik dan memperkuat fondasi pemahaman siswa. Fokus utamanya model DNR ialah pada tiga prinsip dasar dalam pembelajaran matematika, menurut Bakar & Hadi, (2019) meliputi.

1. *Duality*

Duality atau dualitas merupakan prinsip yang memandang cara berpikir (*ways of thinking*) dan cara memahami (*ways of understanding*) sebagai dua aspek yang berbeda, namun saling berkaitan. Berpikir merujuk pada karakteristik kognitif dari aktivitas mental, sedangkan memahami merupakan hasil atau produk dari proses berpikir, seperti aksioma, definisi, teorema, bukti, masalah, maupun solusi

2. *Necessity*

Necessity atau kebutuhan, prinsip ini menekankan bahwa siswa terdorong untuk belajar apabila mereka merasakan adanya kebutuhan terhadap materi yang diajarkan. Kebutuhan yang dimaksud adalah kebutuhan intelektual, yaitu dorongan untuk mempelajari dan memahami apa yang disampaikan. Bakar, Suryadi, et al., (2019) menyebutkan bahwa terdapat lima kebutuhan intelektual, yaitu :

1) Kebutuhan akan kepastian

Kebutuhan akan kepastian merupakan suatu kebutuhan untuk memastikan kebenaran dan pernyataan matematika yang masih diragukan. Kepastian seseorang tercapai ketika seseorang menentukan, dengan cara apapun yang dianggapnya tepat, bahwa suatu pernyataan adalah benar. Namun, kebenaran saja mungkin bukan satu-satunya kebutuhan individu, akan tetapi berusaha untuk menjelaskan mengapa pernyataan itu benar.

2) Kebutuhan akan kausalitas

Kebutuhan akan kausalitas adalah dorongan untuk memahami dan menjelaskan alasan di balik terjadinya suatu fenomena. Kebutuhan ini tidak berkaitan dengan sebab-akibat fisik seperti dalam fenomena dunia nyata yang

dimodelkan secara matematis, melainkan berfokus pada proses berpikir logis yang bersumber dari struktur dan keterkaitan internal dalam sistem matematika itu sendiri.

3) Kebutuhan akan perhitungan

Kebutuhan akan perhitungan ialah kebutuhan untuk melakukan perhitungan yang meliputi mengukur, menghitung, dan mencari korelasinya secara simbolis aljabar.

4) Kebutuhan akan komunikasi

Kebutuhan akan komunikasi adalah merujuk pada kemampuan merumuskan serta mengukuhkan konsep.

5) Kebutuhan akan struktur

Kebutuhan akan struktur adalah dorongan untuk menata pengetahuan yang diperoleh agar tersusun secara logis.

3. *Repeated Reasoning*

Repeated reasoning atau penalaran berulang ialah suatu proses yang memegang peran penting dalam perkembangan kognitif. Dengan melakukan latihan terarah dan berulang, siswa mampu menginternalisasi pengetahuan sehingga dapat menggunakannya secara mandiri dan tanpa dorongan eksternal.

Sintaks model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) terdiri dari 4 tahap (Harel, 2013), diantaranya tertulis pada tabel dibawah ini.

Tabel 2.2 Sintaks Model Pembelajaran DNR

Tahap	Prinsip DNR	Fase	Deskripsi
1	<i>Duality dan Necessity</i>	ICP (<i>In Class Problem</i>)	Pada tahap ini guru memberikan permasalahan berkaitan dengan materi yang akan diajarkan. Permasalahan yang disajikan selain membangun pemahaman dan cara berpikir siswa harus mampu memicu kebutuhan intelektual siswa. Tahap ini bertujuan untuk memunculkan gagasan baru yang diperkenalkan dalam pembelajaran agar siswa dapat

Tahap	Prinsip DNR	Fase	Deskripsi
			meningkatkan kemampuan membaca serta memahami materi, di mana mereka diharapkan dapat mempelajari berbagai solusi pemecahan masalah atau pembuktian suatu pernyataan.
2	<i>Necessity</i>	P (<i>Probe</i>)	Pada tahap ini, siswa diminta memberikan respons atau melakukan penyelidikan (<i>Probe</i>) terhadap permasalahan yang telah diberikan. <i>Probe</i> ini muncul dalam bentuk pertanyaan, seperti “mengapa, bagaimana, dan jelaskan”. Tujuan dari tahap ini ialah agar siswa dapat memahami secara menyeluruh dan dapat meningkatkan kemampuan mereka dalam menyelesaikan masalah matematika.
3	<i>Necessity</i>	Q & A (<i>Questions and Answer</i>)	Pada tahap ini guru berperan sebagai fasilitator pertanyaan. Sehingga siswa menjadi lebih aktif dalam mengajukan dan mengeksplorasi pertanyaan. Dengan demikian, tahap ini bertujuan untuk membangkitkan motivasi siswa terhadap konsep dan gagasan baru yang muncul dari soal yang disajikan, dengan menekankan bahwa konsep dan ide baru selalu muncul dari kebutuhan untuk menyelesaikan masalah.
4	<i>Repeated Reasoning</i>	HP (<i>Homework Problems</i>)	Pada tahap ini guru menyiapkan rangkaian soal latihan lanjutan yang sejenis namun divariasikan (angka, konteks, atau representasi) agar siswa mengalami pengulangan proses berpikir

Tahap	Prinsip DNR	Fase	Deskripsi
			secara terarah, bukan sekadar pengulangan prosedur. Pada tahap ini guru berperan sebagai fasilitator yang memastikan latihan rumah tetap menuntut alasan/strategi, mendorong siswa memeriksa kewajaran jawaban, serta memperbaiki kesalahan dari pengerjaan sebelumnya. Dengan demikian, HP bertujuan menguatkan cara berpikir dan cara memahami siswa melalui kebiasaan bernalar yang berulang dan konsisten, sehingga konsep yang dipelajari menjadi lebih melekat dan dapat digunakan saat menghadapi variasi masalah yang mirip

Berdasarkan penjelasan diatas, secara keseluruhan sintaks model pembelajaran DNR melalui tahapan ICP, Probe, Q & A, dan HP memiliki peran penting dalam meningkatkan kemampuan *number sense* siswa karena pembelajaran difokuskan pada pemahaman bilangan secara bermakna dan berbasis penalaran. Siswa diajak memahami masalah yang disajikan untuk menumbuhkan kebutuhan siswa untuk menggunakan pemahaman bilangan dalam menyelesaikan persoalan, sehingga bilangan dipahami sebagai alat berpikir, bukan sekadar simbol. Dengan menjelaskan strategi yang digunakan, mengeksplorasi berbagai cara berpikir numerik melalui diskusi, serta memperkuat pemahaman melalui latihan yang bervariasi. Proses ini membentuk kepekaan terhadap nilai bilangan, hubungan antarbilangan, dan kewajaran hasil, sehingga *number sense* siswa berkembang secara bertahap dan mendalam. Berdasarkan hasil sintesa berikut landasan pembelajaran yang dilakukan.

Tabel 2.3 Keterkaitan Sintaks Model Pembelajaran DNR dengan Indikator *Number Sense*

Sintaks DNR	Aktivitas Pembelajaran	Indikator <i>Number Sense</i> yang Dilatih
1. ICP (<i>In Class Problem</i>) (Prinsip: <i>Duality & Necessity</i>)	Guru menyajikan permasalahan pemicu yang menuntut pemecahan masalah (bukan sekadar hitungan rutin) untuk memancing kebutuhan intelektual. Siswa didorong menemukan gagasan awal/solusi sendiri.	(4) Menilai kewajaran hasil suatu perhitungan Masalah yang disajikan biasanya menantang intuisi awal siswa. Siswa dipaksa menggunakan acuan/logika untuk menilai apakah solusi awal mereka masuk akal sebelum menghitung detail.
2. P (<i>Probe</i>) (Prinsip: <i>Necessity</i>)	Siswa melakukan penyelidikan mendalam melalui pertanyaan "mengapa" dan "bagaimana". Siswa harus menjelaskan alasan di balik jawaban mereka, bukan hanya hasil akhir.	(2) Memilih estimasi terdekat pada suatu hasil operasi bilangan dan merepresentasikannya, menjelaskan strategi berpikir (estimasi, komputasi mental) yang mereka gunakan, bukan sekadar menunjukkan langkah prosedural baku.
3. Q & A (<i>Questions & Answer</i>) (Prinsip: <i>Necessity</i>)	Guru memfasilitasi eksplorasi pertanyaan siswa. Diskusi kelas difokuskan pada eksplorasi konsep baru yang muncul dari kebutuhan menyelesaikan masalah.	(3) Mengidentifikasi karakteristik hasil operasi bilangan dan implikasinya pada berbagai jenis bilangan. Melalui tanya-jawab aktif, siswa dan guru bersama-sama membedah sifat-sifat operasi (misal: "kenapa cara ini boleh, cara itu tidak?") sehingga pemahaman

Sintaks DNR	Aktivitas Pembelajaran	Indikator <i>Number Sense</i> yang Dilatih
		tentang karakteristik operasi terbentuk kuat.
4. HP (<i>Homework Problems</i>) (<i>Prinsip: Repeated Reasoning</i>)	Siswa mengerjakan soal latihan di Wayground yang sejenis untuk pengulangan proses berpikir. Latihan ini menuntut konsistensi berpikir pada konteks berbeda.	(1) Menemukan pola dan keteraturan Latihan berulang dengan variasi angka/konteks memungkinkan siswa melihat pola yang konsisten. Pengulangan ini mengubah pemahaman menjadi penguasaan pola yang permanen.

Selanjutnya dalam artikel Harel, (2020) secara tidak langsung menyatakan kelebihan dan kekurangan model pembelajaran DNR. Kelebihan model pembelajaran DNR ialah dapat membangkitkan kebutuhan intelektual, menjaga integritas matematika, mengarahkan siswa pada cara berpikir matematis yang benar, dan memastikan retensi jangka panjang. Sedangkan, kekurangan model pembelajaran DNR ialah sulit diterapkan secara penuh, berisiko gagal jika guru tidak memahami kebutuhan intelektual siswa, dan proses belajar siswa pasti melewati fase pemahaman yang salah sehingga butuh intervensi guru. Sehingga, dalam penelitian ini model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) merupakan model yang berfokus pada bagaimana siswa membangun pengetahuan matematika melalui keterkaitan antara cara berpikir dan memahami, pemenuhan kebutuhan intelektual, serta penguatan pemikiran logis melalui pengulangan. Selain memiliki kelebihan seperti menjaga integritas matematika, memotivasi siswa, dan meningkatkan retensi konsep, model DNR juga memiliki tantangan dalam penerapannya karena memerlukan pemahaman mendalam dari guru mengenai kebutuhan intelektual siswa.

2.1.3 Wayground

Pemilihan Wayground sebagai media dalam penelitian ini tidak didasarkan pada tren digitalisasi semata, melainkan pada urgensi teoritis untuk menciptakan lingkungan belajar yang responsif dan adaptif. Dalam upaya meningkatkan kemampuan *number sense*, siswa membutuhkan frekuensi latihan yang tinggi namun tetap bermakna dan tidak membosankan. Sebab, tantangan utama yang sering dihadapi guru ialah mempertahankan motivasi dan atensi siswa. Metode latihan soal yang kaku sering kali menimbulkan kebosanan, yang pada akhirnya berdampak negatif pada hasil belajar. Oleh karena itu, integrasi teknologi melalui media pembelajaran interaktif menjadi sangat dibutuhkan. Selain dapat meningkatkan motivasi siswa media yang digunakan harus mampu memfasilitasi penguatan konsep secara mendalam serta melatih kecepatan berpikir intuitif siswa. Salah satu media yang tepat digunakan ialah Wayground.

Wayground ini sebelumnya dikenal sebagai *Quizizz*, pada tanggal 24 Juni 2024 resmi bertransformasi menjadi Wayground yang merupakan salah satu platform pembelajaran interaktif berbasis game yang didirikan tahun 2015 oleh Ankit Gupta dan Deepak Joy Cheenath di India, Wayground ini dibuat dengan tujuan menciptakan cara belajar yang lebih interaktif dan menyenangkan, dan memungkinkan siswa belajar sesuai kecepatan mereka sendiri, dengan semangat dan arah baru dalam pendidikan interaktif, meskipun platformnya tetap sama (Dorssom, 2025).

Mengacu pada pendapat Sitorus & Santoso, (2022), fungsi dasar platform ini meliputi lima aspek utama, yaitu: (1) memotivasi dan meningkatkan keterlibatan siswa melalui gamifikasi; (2) melatih kemandirian belajar siswa melalui mode asinkronus; (3) berfungsi sebagai media untuk melatih keterampilan berpikir kritis; (4) memacu kreativitas siswa dalam penyelesaian masalah; serta (5) memfasilitasi simulasi praktik profesi di dunia nyata.

Sebagai platform yang berevolusi dari *Quizizz*, Wayground mewarisi fitur-fitur fundamental yang telah terbukti efektif dalam mendukung proses pembelajaran berbantuan digital. Adapun fitur-fitur yang ada di *Quizizz* menurut Jong & Tacoh, (2024) yaitu.

1. Membuat kuis

Pengguna dapat membuat kuis dengan mudah dengan menambahkan pertanyaan dan jawaban yang diinginkan, dan bentuk pertanyaan seperti *Multiple Choice Question*, pertanyaan singkat, dll. Yang digunakan dalam penelitian ini ialah *Multiple Choice Question*.

2. Tema kuis

Pengguna dapat memilih dari berbagai tema kuis yang tersedia untuk memberikan tampilan yang menarik bagi siswa. Tema yang digunakan ialah classic, acak dan comic.



Gambar 2.1 Pilihan Tema pada Wayground

3. Mode permainan

Quizizz menyediakan beberapa mode permainan seperti mode klasik, mode live, dan mode homework untuk meningkatkan interaksi dan partisipasi siswa dan ketiga mode digunakan dalam penelitian ini.

4. Analisis hasil

Quizizz menyediakan laporan hasil yang detail untuk mengevaluasi hasil belajar siswa.

5. Integrasi

Quizizz dapat diintegrasikan dengan berbagai aplikasi seperti Google Classroom atau LMS lainnya.

6. Aksesibilitas

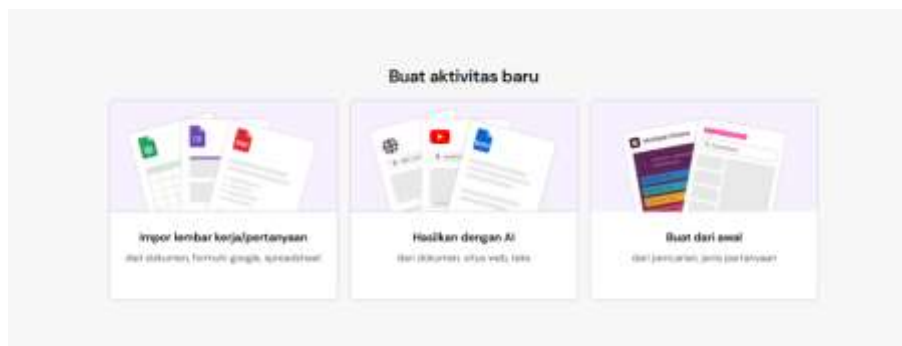
Quizizz menyediakan fitur aksesibilitas seperti pengaturan ukuran font, warna, dan kontras untuk memudahkan siswa yang memiliki masalah penglihatan.

Tampilan menu Wayground saat ini dapat dilihat seperti pada gambar di bawah ini



Gambar 2.2 Tampilan menu Wayground

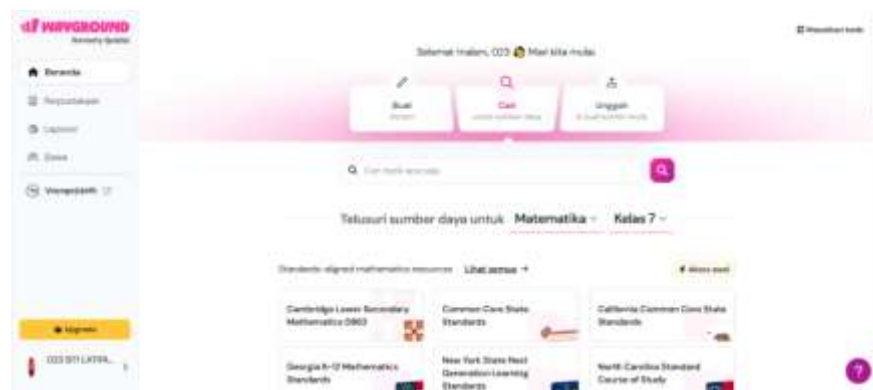
Namun, setelah namanya berubah menjadi Wayground pada tahun 2024 menghadirkan perbedaan signifikan melalui integrasi teknologi kecerdasan buatan (*Artificial Intelligence*) yang lebih canggih. Jika *Quizizz* sebelumnya lebih berfokus pada penyajian kuis statis, Wayground memperkenalkan fitur *AI* yang belum tersedia pada versi *Quizizz* sebelumnya, berikut tampilan dalam Wayground.



Gambar 2.3 Fitur AI dalam Wayground

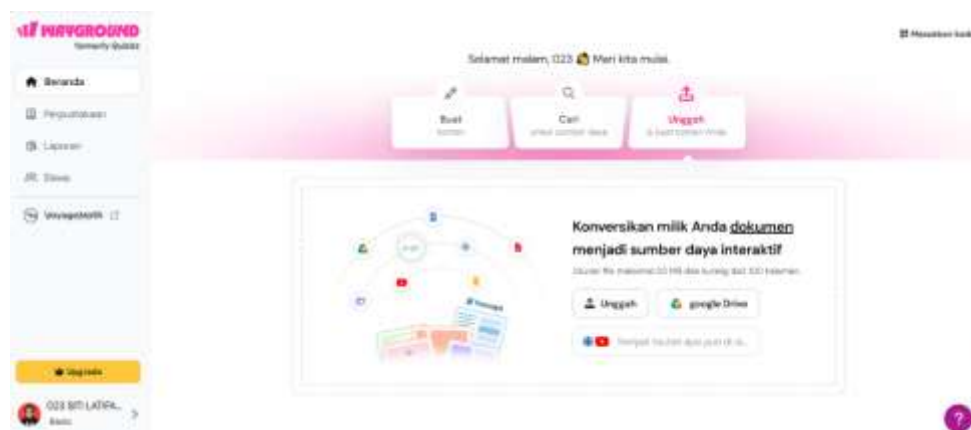
Selanjutnya cara pembuatan kuis yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Siapkan soal kuis dalam bentuk file dokumen dan bentuk soal disesuaikan dengan soal yang akan digunakan.
2. Buka website Wayground dan pastikan login sebagai guru dan setelah login akan muncul tampilan seperti ini.



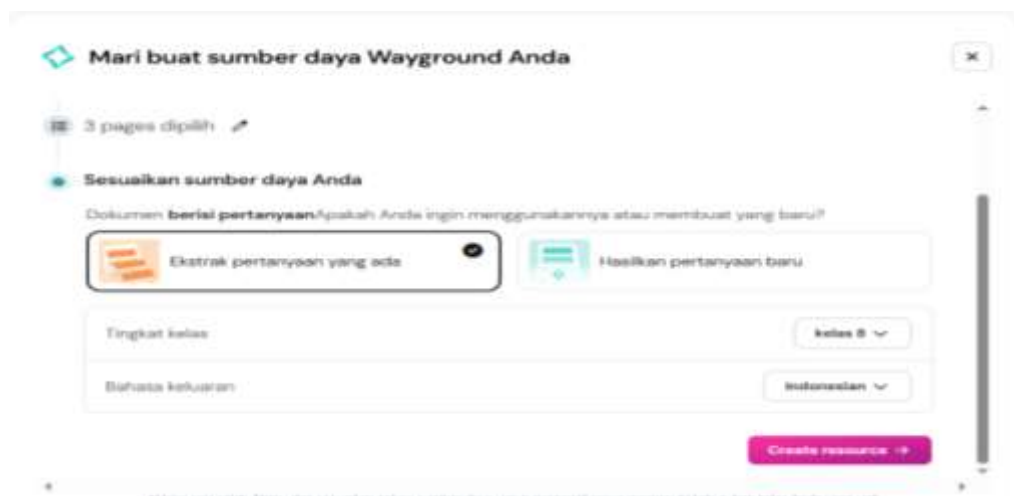
Gambar 2.4 Tampilan Awal Wayground

3. Selanjutnya klik “unggah” sehingga muncul tampilan seperti berikut.



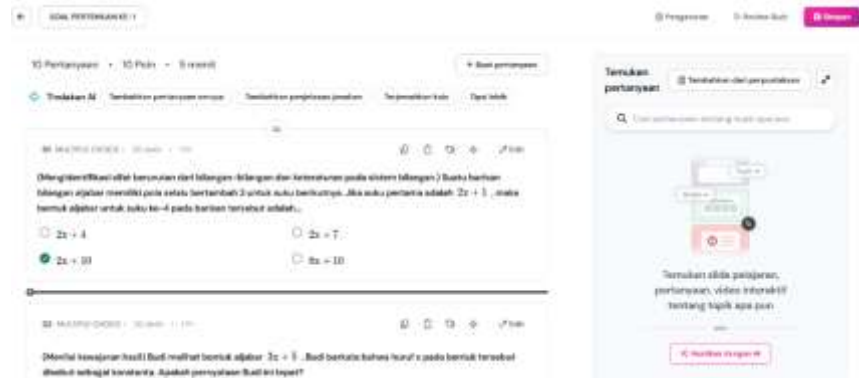
Gambar 2.5 Tampilan Unggah Dokumen Untuk Membuat Kuis

4. Setelah tampilan diatas muncul, klik “unggah” kembali dan lampirkan file dokumen yang tadi berisi soal dan akan muncul tampilan ini.



Gambar 2.6 Pengaturan Kuis

- Setelah muncul tampilan diatas pilih “Ekstrak pertanyaan yang ada” sesuaikan tingkat kelas dan juga bahasa. Setelah itu klik “Create resource” dan kuis telah selesai dibuat.



Gambar 2.7 Halaman Edit Kuis

- Didalam halaman edit kuis diharuskan untuk memeriksa kembali setiap nomor soal, waktu pengerjaan setiap soal dan pengaturan tampilan kuis lainnya. Setelah selesai pengeditan, kuis dapat di review terlebih dahulu sebelum diberikan kepada siswa, lalu setelah selesai review klik “simpan” dan kuis siap dibagikan kepada siswa.

Adapun kelebihan dan kekurangan dari media ini ialah, pertama kelebihanannya terletak pada fitur pembatasan waktu pengerjaan soal, yang secara tidak langsung melatih siswa untuk berpikir cepat dan tepat di bawah tekanan waktu. Selain itu, aspek visualisasi jawaban yang disertai elemen warna dan gambar, serta mekanisme pergantian soal yang otomatis tersinkronisasi antara perangkat siswa dan guru (operator), menjadikan proses evaluasi lebih dinamis (Citra & Rosy, 2020). Namun, di balik kelebihan tersebut, Salsabila et al., (2020) mengidentifikasi sejumlah kekurangan teknis dan pedagogis yang perlu diantisipasi. Kendala utama meliputi instabilitas koneksi internet yang dapat mengganggu jalannya kuis, serta celah kecurangan di mana siswa dapat membuka *tab* baru pada peramban (*browser*) untuk mencari jawaban. Sistem peringkat yang sangat sensitif terhadap kecepatan waktu dapat menyebabkan fluktuasi posisi siswa secara drastis jika manajemen waktu mereka buruk, serta menyulitkan siswa yang terlambat bergabung untuk mengejar ketertinggalan.

2.1.4 Penerapan Model DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) berbantuan Wayground

Penerapan model DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun pemahaman konsep matematika melalui proses berpikir yang mendalam dan berkelanjutan. Model ini menekankan keterlibatan siswa dalam memahami hubungan antar konsep, menemukan kebutuhan intelektual dalam proses belajar, serta melakukan penalaran secara berulang untuk memperkuat pemahaman yang telah diperoleh. Dalam penerapannya, model DNR berbantuan Wayground memanfaatkan media digital sebagai sarana pendukung pembelajaran yang menyediakan aktivitas interaktif untuk membantu siswa terlibat dalam proses memahami konsep. Penggunaan Wayground mendukung penyajian latihan serta pemberian umpan balik sehingga siswa dapat melakukan refleksi terhadap proses berpikir dan pemahaman yang telah dibangun selama pembelajaran. Berikut tabel rancangan pembelajaran DNR yang akan digunakan dalam pembelajaran berbantuan Wayground.

Tabel 2.4 Penerapan Model Pembelajaran DNR Berbantuan Wayground

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan Pembelajaran
Pendahuluan	Orientasi - Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan mengucapkan salam dan bertanya kabar. - Guru mengajak peserta didik untuk berdo'a bersama-sama sebelum melakukan kegiatan pembelajaran. (P5) - Guru mempersiapkan perlengkapan dan media yang digunakan selama proses pembelajaran, seperti : Laptop, LCD Proyektor, Bahan Ajar. - Guru memeriksa kehadiran siswa sebagai sikap disiplin. - Guru memeriksa kesiapan belajar peserta didik serta meminta peserta didik untuk mempersiapkan peralatan yang dibutuhkan dalam pembelajaran.
Inti	In-Class Problems (ICP)

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan Pembelajaran
	- Guru memberikan bahan ajar yang berisi masalah awal yang dirancang untuk memicu kebutuhan akan memahami konsep bentuk aljabar Probes (P) - Siswa diarahkan untuk menyelidiki masalah yang diberikan dengan memanfaatkan informasi yang tersedia, lalu mencoba menyusun solusi berdasarkan pemahaman yang mereka dapatkan. Question and Answer (Q&A) - Siswa diberi kesempatan untuk memaparkan penyelesaian masalah pada bahan ajar menggunakan bahasa dan pemahaman sendiri berdasarkan informasi yang tersedia dalam soal. - Siswa lainnya yang tidak menjelaskan diarahkan untuk menanggapi dengan mengajukan pertanyaan atau memberikan jawaban atas pertanyaan yang muncul. Setiap pertanyaan yang diajukan harus diselesaikan terlebih dahulu sebelum beralih ke pertanyaan berikutnya. - Guru turut memberikan kritik konstruktif terhadap hasil kerja siswa di depan kelas guna mendorong pengembangan cara berpikir yang lebih mendalam terhadap kemungkinan permasalahan lain yang berkaitan dengan soal. Homework Problem (HP) - Siswa diberikan soal latihan mandiri yang terdapat pada LKPD dan Wayground sebagai bentuk dari pengaplikasian proses repeated reasoning.

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan Pembelajaran
	• Latihan yang diberikan diselesaikan secara individual di dalam ataupun luar sesi pembelajaran, dengan tenggat waktu yang telah ditentukan.
Penutup	• Siswa mengisi link form refleksi pembelajaran. • Guru dan siswa menyimpulkan tentang materi yang dipelajari. • Guru mengingatkan siswa untuk mempelajari materi pelajaran berikutnya. • Guru menutup pelajaran, dan mengucapkan salam. (berakhlak mulia)

2.1.5 Model Problem Based Learning (PBL)

Model *Problem Based Learning* (PBL) merupakan salah satu model pembelajaran yang menempatkan permasalahan sebagai konteks utama dalam proses pembelajaran. Simamora et al., (2023) juga mengungkapkan bahwa model *Problem Based Learning* merupakan model pembelajaran yang melibatkan aktivitas berpikir siswa dalam memahami konsep melalui penyajian suatu permasalahan pada awal proses pembelajaran. Model ini bertujuan untuk melatih siswa dalam menyelesaikan masalah dengan menerapkan strategi atau pendekatan pemecahan masalah yang sesuai. Menurut Barrows, (1986), PBL memiliki karakteristik sebagai model pembelajaran yang berpusat pada siswa (*student-centered learning*), menggunakan permasalahan sebagai pemicu pembelajaran, mendorong siswa melakukan pembelajaran mandiri, serta melibatkan proses diskusi dalam kelompok kecil. Dalam proses pembelajaran, guru tidak menjadi satu-satunya sumber informasi, melainkan berperan sebagai fasilitator yang membimbing siswa dalam memahami masalah dan mengembangkan strategi penyelesaian.

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa model *Problem Based Learning* (PBL) merupakan model pembelajaran yang menjadikan permasalahan sebagai dasar dalam proses pembelajaran untuk mendorong siswa aktif membangun pemahaman konsep melalui kegiatan berpikir, penyelidikan, diskusi, dan pemecahan masalah.

Adapun sintaks model PBL menurut Arends, (2012) dalam buku *Learning to Teach* disajikan pada tabel berikut.

Tabel 2.5 Sintaks Model *Problem Based Learning* (PBL)

Fase / Sintaks PBL	Aktivitas Pembelajaran
Fase 1 : Orientasi siswa pada masalah	Guru menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan permasalahan yang akan dikaji, serta memotivasi siswa untuk terlibat dalam kegiatan pemecahan masalah.
Fase 2 : Mengorganisasikan siswa untuk belajar	Guru membantu siswa memahami tugas belajar, mengorganisasi siswa dalam kelompok, serta menentukan kegiatan yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah.
Fase 3 : Membimbing penyelidikan	Siswa melakukan penyelidikan, mencari informasi, berdiskusi, mengembangkan strategi penyelesaian, dan memperoleh solusi dengan bimbingan guru.
Fase 4 : Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	Siswa menyusun hasil penyelesaian masalah dan mempresentasikan hasil atau strategi yang digunakan kepada orang lain.
Fase 5 : Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.	Guru dan siswa melakukan refleksi, mengevaluasi proses penyelesaian masalah, serta memperkuat konsep yang telah dipelajari.

(Arends, 2012)

2.1.6 Landasan teori Model pembelajaran DNR berbantuan Wayground

1. Teori konstruktivisme

Teori belajar Jean Piaget menekankan bahwa pengetahuan tidak diterima secara pasif oleh siswa, tetapi dibangun secara aktif melalui interaksi dengan lingkungan. Piaget melihat anak sebagai pembangun aktif pengetahuan yang terus mengonstruksi pemahamannya berdasarkan pengalaman. Teori belajar Jean Piaget ini dapat dikategorikan sebagai teori konstruktivisme yang selaras dengan model pembelajaran DNR dimana dalam implementasinya, siswa berperan sebagai subjek aktif yang terlibat langsung dalam proses pembelajaran. Kondisi ini menunjukkan bahwa siswa memiliki kapasitas untuk membangun sendiri konsep atau pengetahuan sesuai dengan tingkat pemahamannya.

2. Teori salomon

Penggunaan model pembelajaran yang dipadukan dengan media digital secara nyata meningkatkan kemampuan berpikir dan sikap siswa. Salomon 1979, dikutip dalam Putri et al., (2023) Setiap media dirancang untuk menyampaikan konten melalui sistem simbol tertentu, dan tingkat efektivitasnya sangat dipengaruhi oleh kesesuaian antara karakteristik media dengan siswa, materi, serta jenis tugas yang diberikan. Berdasarkan teori tersebut, media memiliki peran krusial dalam proses pembelajaran. Media pembelajaran tidak hanya berfungsi sebagai saluran informasi, tetapi juga mampu merangsang pikiran, emosi, dan motivasi siswa, sehingga mendorong terjadinya proses belajar yang bermakna dalam diri mereka. Berdasarkan fakta yang ada, teori salomon dipandang relevan untuk mendukung penerapan media Wayground dalam model pembelajaran DNR

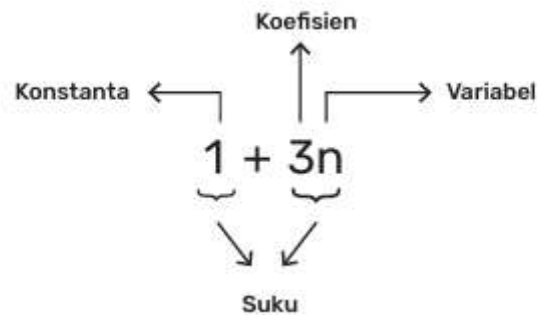
2.1.7 Lingkup Materi

Dalam penelitian ini materi pembelajaran yang diambil adalah bentuk aljabar pada kelas VII Semester 1 karena memuat macam-macam operasi dan sifat-sifat yang sama pada bilangan. Berikut penjelasan materi yang disampaikan dari buku (Susanto et al., 2022) , yaitu.

1. Unsur-unsur Aljabar (variabel, koefisien, konstanta dan suku)

- Suku adalah bilangan, variabel atau campuran perkalian bilangan dan variabel yang dipisahkan oleh operasi penjumlahan dan pengurangan.

- Konstanta adalah bilangan yang nilainya tetap.
- Koefisien adalah bilangan yang menyatakan faktor pengali dari suatu variabel.
- Variabel adalah suatu huruf atau simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu kuantitas yang berubah-ubah atau kuantitas yang tidak diketahui.



2. Operasi Aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian)

Penjumlahan Bentuk aljabar

Penjumlahan bentuk aljabar dilakukan dengan menjumlahkan suku-suku sejenis, misalnya :

$$3x + 2x = 5x$$

Pengurangan Bentuk aljabar

Pengurangan bentuk aljabar juga hanya bisa dilakukan pada suku-suku sejenis, misalnya :

$$6y - 2y = 4y$$

Perkalian bentuk aljabar

Perkalian bentuk aljabar dilakukan dengan mengalikan koefisien dan menambahkan pangkat variabel, contoh :

$$3x \times 4x = 12x^2$$

Pembagian bentuk aljabar

Pembagian dilakukan dengan membagi koefisien dan mengurangi pangkat variabel, contoh :

$$6x^2 \div 3x = 2x$$

3. Sifat-sifat operasi Aljabar (komutatif, asosiatif dan distributif)

Sifat komutatif

Sifat komutatif berlaku pada penjumlahan dan perkalian, artinya urutan tidak memenuhi hasil. Sifat komutatif memiliki aturan sebagai berikut.

$$a + b = b + a \text{ dan } a \times b = b \times a$$

Sifat asosiatif

Sifat asosiatif menyatakan bahwa cara pengelompokan tidak mengubah hasil, berlaku untuk penjumlahan dan perkalian. Sifat asosiatif memiliki aturan sebagai berikut.

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ dan } (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Sifat distributif

Sifat distributif merupakan salah satu sifat yang penting, sifat ini digunakan untuk menyederhanakan bentuk aljabar. Sifat komutatif memiliki aturan sebagai berikut.

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

dan

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Terdapat beberapa penelitian yang sudah mengkaji topik penelitian mengenai peningkatan kemampuan *Number sense*, penerapan model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) dan media berbasis teknologi Wayground, akan tetapi penelitian-penelitian tersebut memiliki karakteristiknya tersendiri yang membedakan antara penelitian satu dengan yang lainnya, diantaranya.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Krisbilyadi Budiharjo (2021) dengan judul penelitian “Peningkatan *Number sense* dan Self Confidence Siswa Melalui Pembelajaran *Duality, Necessity, and Repeated Reasoning* (DNR) Berbantuan Schoology”. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis DNR yang didukung oleh platform *Schoology* mampu meningkatkan kemampuan *number sense* siswa yang menggunakan model DNR berbantuan *Schoology* lebih baik dibanding yang menggunakan pembelajaran konvensional, berdasarkan tingkat PAM. Adapun perbedaan penelitian yang dilakukan oleh Krisbilyadi Budiharjo (2021) dengan penelitian yang dilakukan terletak pada media yang digunakan yaitu platform *Schoology* sedangkan media yang digunakan peneliti ialah Wayground.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Mujib & Firmansyah, (2022) dengan judul “*Improvement habits of minds in constructing mathematical proof using DNR-model*” Penelitian ini relevan karena sama-sama menggunakan model DNR,

penelitian tersebut menekankan bagaimana prinsip *Duality*, *Necessity*, dan *Repeated Reasoning* dapat membantu mahasiswa pendidikan matematika dalam membangun kebiasaan berpikir (*habits of mind*) ketika menyusun bukti matematis. Hal ini menunjukkan bahwa DNR bukan hanya berfungsi untuk memahami konsep, tetapi juga untuk membentuk pola pikir matematis yang lebih reflektif dan sistematis. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa model DNR efektif dan memberikan pengaruh signifikan bagi siswa yang memiliki pengetahuan matematika awal rendah. Oleh karena itu, model ini sangat tepat untuk diimplementasikan dalam pembelajaran matematika di kelas.

3. Penelitian yang dilakukan oleh Fauziah & Viktor Pandra, (2025) dengan judul “Desain Lintasan Pembelajaran Untuk Meningkatkan Estimasi Dalam Kemampuan *Number sense* Siswa Sekolah Dasar” penelitian ini relevan karena sama-sama berangkat dari masalah rendahnya kemampuan *number sense* akibat dominasi pembelajaran prosedural. Namun, penelitian mereka menggunakan pendekatan PMRI dengan desain lintasan pembelajaran berbasis konteks belanja di Hypermart, yang menekankan keterampilan estimasi sebagai salah satu komponen *number sense*. Akan tetapi, dalam penelitian ini berfokus pada penerapan model DNR (*Duality*, *Necessity*, *Repeated Reasoning*) untuk meningkatkan *number sense* siswa.
4. Penelitian yang dilakukan oleh Waliah et al., (2026) dengan judul penelitian “*The Effect of Local Wisdom-Based Wayground Media On Fraction Problem-Solving Skills in Primary School*” Penelitian ini relevan karena membahas penggunaan Wayground sebagai media pembelajaran berbasis gamifikasi yang terbukti mampu meningkatkan hasil belajar kognitif dan keterampilan pemecahan masalah siswa. Temuan tersebut menunjukkan bahwa Wayground tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu interaktif, tetapi juga efektif dalam membangun keterampilan matematis yang lebih mendalam dan sistematis. Penelitian ini juga relevan karena sama sama menggunakan Wayground akan tetapi berbeda pada kemampuan matematis yang dipilih.

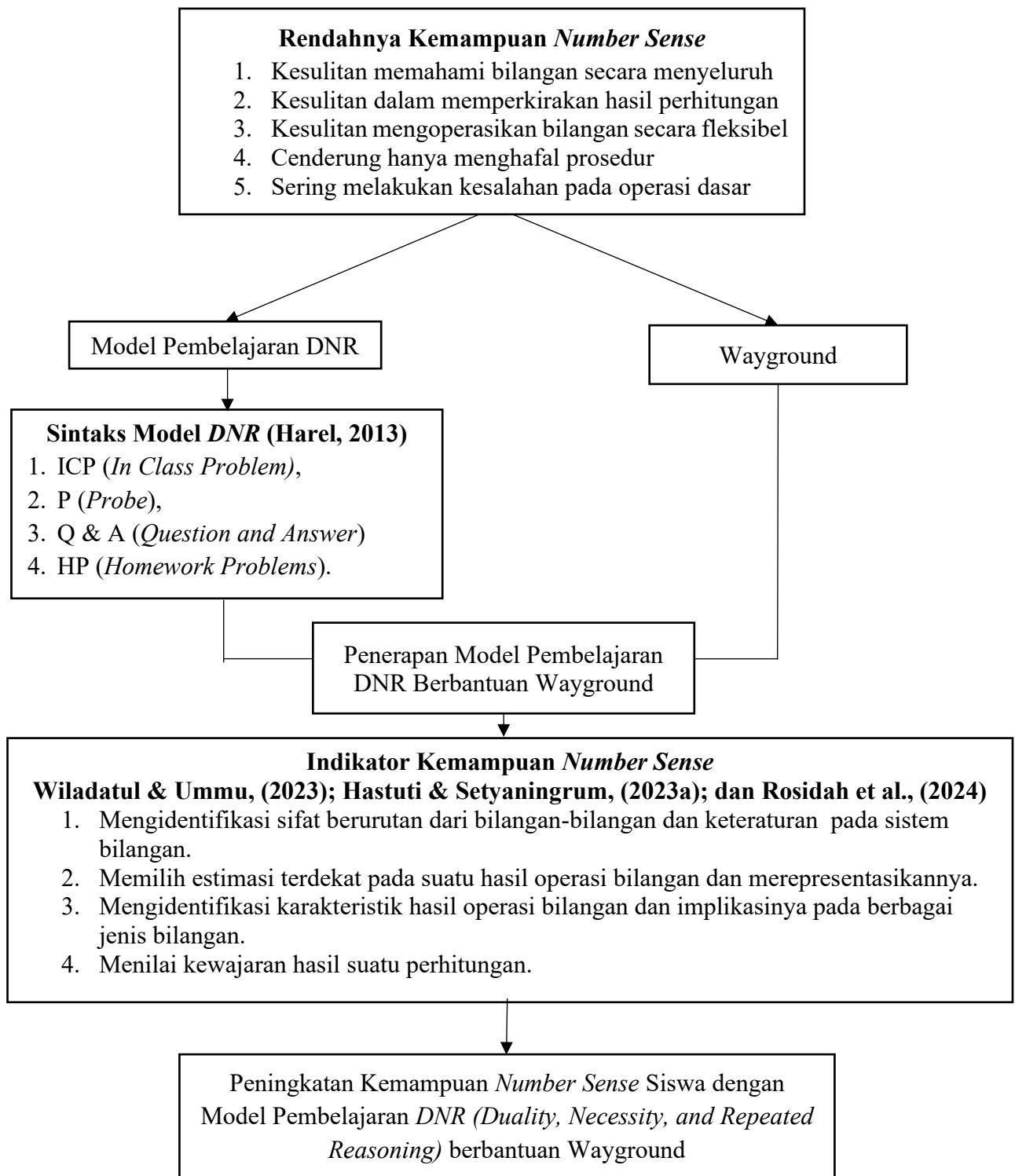
2.3 Kerangka Berpikir

Kemampuan *number sense* merupakan kemampuan individu untuk memahami bilangan beserta operasinya, serta menyelesaikan persoalan sehari-hari yang melibatkan

bilangan secara fleksibel (Rahma & Endah, 2021). Hal ini berarti kemampuan *number sense* tidak hanya berguna dalam menyelesaikan soal matematika saja namun juga berguna dalam pengaplikasian nyata dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, kemampuan *number sense* yang baik harus dimiliki oleh setiap individu. Kemampuan *number sense* siswa di SMP Negeri 14 Tasikmalaya masih tergolong rendah. Permasalahan rendahnya kemampuan *number sense* siswa, yang ditandai dengan kesulitan dalam memahami hubungan antar operasi, memperkirakan hasil perhitungan, serta mengoperasikan bilangan secara fleksibel. Banyak siswa masih kesulitan memahami konsep dasar bilangan secara menyeluruh, cenderung hanya menghafal prosedur tanpa memahami makna dibalik operasi atau representasi bilangan, sehingga sering melakukan kesalahan pada operasi dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan relasi antar bilangan. Mengingat kebanyakan siswa hanya menghafal prosedur dalam menyelesaikan soal matematika. Untuk itu dalam penelitian ini akan menerapkan model DNR (*Duality, Necessity, Repeated Reasoning*) berbantuan Wayground.

Model DNR merupakan model yang menekankan keterkaitan antara cara berpikir dan cara memahami (*duality*), mendorong kesadaran siswa akan kebutuhan suatu strategi (*necessity*), serta memperkuat pemahaman melalui pengulangan cara berpikir dalam bentuk latihan (*repeated reasoning*) (Harel, 2021). Penerapan model ini akan lebih efektif bila didukung media interaktif seperti Wayground, yang memungkinkan siswa berlatih secara digital dengan umpan balik langsung, visualisasi, dan aktivitas eksploratif serta semua siswa terlibat langsung dalam pembelajaran. Dengan kombinasi model DNR dan Wayground, diharapkan kemampuan *number sense* siswa meningkat.

Penelitian ini menggunakan satu kelas eksperimen dengan pembelajaran DNR berbantuan Wayground dan satu kelas kontrol dengan model PBL. Berdasarkan uraian diatas, kerangka berpikir dalam penelitian ini ditunjukkan dalam gambar sebagai berikut



Gambar 2.8 Kerangka Berpikir

2.4 Hipotesis dan Pertanyaan Penelitian

2.4.1 Hipotesis

Hipotesis merupakan jawaban sementara terhadap rumusan masalah penelitian (Sugiyono, 2024). Berdasarkan rumusan masalah penelitian, hipotesis dalam penelitian ini ialah Peningkatan kemampuan *number sense* siswa yang menggunakan model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) berbantuan Wayground lebih baik dibandingkan dengan kemampuan *number sense* siswa yang menggunakan model *Problem Based Learning* (PBL).

2.4.2 Pertanyaan Penelitian

Pertanyaan penelitian yang peneliti ajukan adalah “Berapa persentase kemampuan *number sense* siswa pada kategori tinggi, sedang dan rendah setelah menggunakan model pembelajaran DNR (*Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) Berbantuan Wayground”