

BAB 2 LANDASAN TEORETIS

2.1 Kajian Teori

2.1.1 *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT)

Pengembangan pembelajaran matematika *modern*, perencanaan yang sistematis menjadi kunci untuk memastikan proses belajar berjalan terarah dan sesuai dengan kebutuhan kognitif siswa. Guru tidak hanya dituntut menyusun tujuan dan aktivitas pembelajaran, tetapi juga memiliki orientasi diagnostik untuk memantau dan memprediksi perkembangan pemahaman siswa, sehingga dapat menilai serta meningkatkan pemahaman konseptual mereka selama proses belajar (Tondorf & Prediger, 2022). Oleh karena itu, diperlukan suatu kerangka yang dapat menghubungkan antara tujuan pembelajaran, aktivitas yang dirancang, dan dugaan perkembangan berpikir siswa secara sistematis. *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) muncul sebagai konsep penting dalam perencanaan pembelajaran matematika.

Simon (1995) mendefinisikan HLT sebagai lintasan belajar hipotetis yang dirancang guru untuk memandu proses pembelajaran, mencakup tiga komponen utama, yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas instruksional, dan hipotesis perkembangan pemahaman siswa (Cárcamo *et al.*, 2021). Sejalan dengan itu, desain pembelajaran yang efektif harus memiliki keterpaduan antara tujuan, proses, dan hasil belajar, sehingga aktivitas yang dirancang benar-benar selaras dengan kompetensi yang ditargetkan (Lee, 2025). HLT berfungsi sebagai panduan bagi guru dalam merancang pengalaman belajar yang selaras dengan beragam proses berpikir siswa (Faza *et al.*, 2025).

Penyusunan HLT dalam *Didactical Design Research* (DDR), tidak dapat dipisahkan dari hasil identifikasi *learning obstacle* siswa. *learning obstacle* memberikan informasi mengenai kesenjangan antara struktur konseptual materi yang diharapkan dengan pemahaman aktual yang dimiliki siswa (Fuadiah, 2018). Informasi tersebut menjadi dasar dalam menentukan tujuan pembelajaran, merancang aktivitas belajar, serta memprediksi kemungkinan respons siswa selama proses pembelajaran.

HLT menjadi bagian penting dalam tahap *prospective analysis* karena digunakan sebagai dasar dalam merancang situasi didaktis serta antisipasi terhadap kemungkinan respons siswa selama pembelajaran berlangsung (Sakinah *et al.*, 2019). Oleh karena itu,

setiap aktivitas dalam HLT dirancang tidak hanya untuk mencapai tujuan pembelajaran, tetapi juga untuk mengantisipasi dan memfasilitasi penyelesaian berbagai *learning obstacle* yang mungkin muncul selama proses belajar.

Berdasarkan berbagai definisi tersebut, HLT dalam penelitian ini dipahami sebagai lintasan belajar hipotetis yang disusun berdasarkan hasil identifikasi *learning obstacle* dan analisis kebutuhan belajar siswa pada materi aljabar. HLT memuat tujuan pembelajaran (*learning goals*), aktivitas pembelajaran (*learning activities*), dan dugaan proses berpikir siswa (*hypothetical learning process*).

Sejumlah penelitian menunjukkan bahwa HLT berperan sebagai kerangka yang membantu guru dan peneliti dalam merencanakan lintasan belajar siswa secara sistematis. Selain itu, HLT membantu mengidentifikasi kemungkinan respons siswa terhadap aktivitas yang diberikan, sehingga dapat menjadi dasar dalam merancang pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan belajar siswa (Rahayu & Wijaya, 2018). HLT juga berperan dalam memetakan perkembangan pemahaman siswa secara bertahap terhadap suatu konsep matematika melalui rangkaian aktivitas yang dirancang secara berurutan dan saling berkaitan (Kanellos *et al.*, 2018). Melalui proses tersebut, HLT menjadi dasar dalam merancang situasi didaktis yang mampu mengakomodasi berbagai kemungkinan respons siswa serta mengantisipasi hambatan belajar yang berpotensi muncul selama pembelajaran berlangsung (Sakinah *et al.*, 2019).

Kualitas HLT sangat ditentukan oleh ketepatan analisis terhadap struktur konsep yang dipelajari siswa dan ketepatan identifikasi *learning obstacle* yang mereka alami. Semakin sesuai HLT dengan kebutuhan belajar siswa, semakin besar potensinya untuk menjadi dasar penyusunan desain didaktis yang relevan dengan karakteristik berpikir siswa (Fuadiah, 2018). Oleh karena itu, HLT dalam penelitian ini dikonstruksi berdasarkan analisis struktur konseptual materi aljabar, identifikasi *learning obstacle*, dan analisis kebutuhan belajar siswa.

2.1.2 Struktur Konseptual Materi Bentuk Aljabar

Berdasarkan Capaian Pembelajaran (CP) dan Alur Tujuan Pembelajaran (ATP) Matematika SMP Fase D, materi bentuk aljabar pada kelas VII berfungsi sebagai fondasi awal bagi siswa untuk memahami penggunaan simbol dalam matematika sebagai representasi kuantitas yang berubah maupun belum diketahui. Pemahaman terhadap

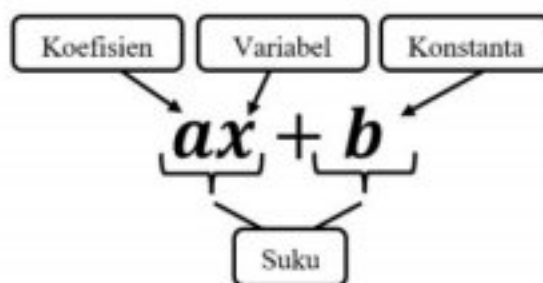
bentuk aljabar menjadi prasyarat penting sebelum siswa mempelajari operasi bentuk aljabar, persamaan linear, dan konsep-konsep aljabar yang lebih kompleks pada jenjang berikutnya. Pada penelitian ini berfokus pada sub materi aljabar yaitu bentuk aljabar yang terdiri dari bentuk aljabar, substitusi bentuk aljabar dan aturan penulisan bentuk Aljabar.

Tabel .2.1 CP dan ATP pada Materi Aljabar SMP Kelas VII

Elemen	Materi	Capaian Pembelajaran (CP)	Alur Tujuan Pembelajaran (ATP)
Aljabar	Aljabar	dapat mengenali, memprediksi dan menggeneralisasi pola dalam bentuk susunan benda dan bilangan. Mereka dapat menyatakan suatu situasi ke dalam bentuk aljabar. Mereka dapat menggunakan sifat-sifat operasi (komutatif, asosiatif, dan distributif) untuk menghasilkan bentuk aljabar yang ekuivalen	Mengidentifikasi dan menentukan unsur-unsur (suku, konstanta, koefisien, dan variabel), Menentukan pola bilangan, menggunakan sifat-sifat dan operasi hitung bentuk aljabar serta memodelkan suatu permasalahan menjadi suatu bentuk aljabar dan menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang terkait

Struktur konseptual materi bentuk aljabar dalam penelitian ini disusun menjadi beberapa komponen sebagai berikut. Berikut penjelasan materi aljabar sub materi bentuk aljabar sesuai dengan Capaian Pembelajaran pada tabel yang diambil dari buku paket Kemendikbud 2022 kelas VII dan bahan referensi yang mendukung materi aljabar.

1) Unsur-unsur Aljabar

**Gambar 2.1 Bentuk Aljabar**

Unsur-unsur bentuk aljabar :

- Variabel (Peubah) adalah Simbol atau notasi yang mewakili suatu bilangan tertentu pada bentuk aljabar. Simbol ditulis dalam huruf kecil, seperti x, y, a, b dan lainnya.
- Koefisien adalah Suatu bilangan yang menyertai variabel dalam bentuk aljabar.
- Konstanta adalah Bilangan yang tidak disertai variabel
- Suku adalah Bagian dari bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi penjumlahan atau pengurangan. Suku dapat berupa suku positif dan suku negatif

2) Bentuk aljabar sebagai representasi hubungan kuantitas

Bentuk aljabar merupakan representasi matematis yang menggunakan simbol berupa huruf, angka, atau kombinasi keduanya untuk menyatakan suatu hubungan kuantitatif. Pemahaman terhadap bentuk aljabar menuntut siswa untuk beralih dari pemikiran aritmetis menuju pemikiran aljabar.

3) Representasi simbolik bentuk aljabar

Aturan Penulisan Bentuk Aljabar diantaranya :

- Tanda perkalian tidak perlu ditulis. Contoh $3 \times a$ ditulis $3a$.
- Perkalian berulang ditulis dalam bentuk pangkat. Contoh $a \times a \times a$ ditulis a^3
- Pembagian ditulis dalam bentuk pecahan. Contoh $x : 3$ ditulis $\frac{x}{3}$

4) Nilai bentuk aljabar

Nilai Bentuk aljabar dalam hal ini adalah Substitusi Nilai pada Bentuk Aljabar. Nilai suatu bentuk aljabar ditentukan dengan mengganti variabel menggunakan bilangan tertentu melalui proses substitusi sehingga diperoleh nilai numerik yang sesuai.

5) Hubungan Antar Konsep dalam materi bentuk aljabar.

Konsep-konsep tersebut membentuk suatu struktur konseptual yang saling berkaitan. Pemahaman terhadap unsur-unsur bentuk aljabar menjadi dasar untuk memahami aturan penulisan bentuk aljabar. Selanjutnya, pemahaman terhadap simbol dan struktur bentuk aljabar diperlukan agar siswa mampu melakukan substitusi nilai secara benar. Dengan demikian, perkembangan pemahaman siswa pada materi ini berlangsung secara bertahap dari pengenalan simbol, identifikasi unsur, pemahaman representasi simbolik, hingga penggunaan simbol dalam proses substitusi (Žakelj *et al.*, 2024).

6) Implikasi terhadap *Learning Obstacle*

Struktur Kompleksitas hubungan antara pemahaman bentuk aljabar sebagai representasi matematis, pengenalan unsur-unsur aljabar, aturan penulisan bentuk aljabar, dan proses substitusi nilai variabel menjadikan materi bentuk aljabar rentan menimbulkan berbagai *learning obstacle* (Subroto & Suryadi, 2018). Hambatan tersebut dapat muncul ketika siswa kesulitan membedakan variabel, konstanta, koefisien, dan suku, menafsirkan makna simbol dalam bentuk aljabar, memahami aturan penulisan aljabar, maupun menghubungkan representasi simbolik dengan nilai numerik pada proses substitusi (Munawwaroh *et al.*, 2025).

2.1.3 *Learning Obstacle* (LO)

Pembelajaran matematika menuntut kemampuan berpikir tingkat tinggi yang melibatkan pemahaman konsep abstrak dan relasi antarsymbol (Chassy & Grodd, 2016). Namun, siswa sering menghadapi hambatan yang bersumber dari keterbatasan individu, karakteristik materi, dan penyajiannya. Hambatan belajar aljabar tidak hanya mencerminkan kesulitan memahami konsep, tetapi juga menunjukkan relasi yang kurang harmonis antara siswa, objek matematis, dan sistem didaktik. Secara epistemologis, hambatan muncul ketika cara siswa membangun makna tidak sejalan dengan struktur pengetahuan matematika yang abstrak, misalnya saat mereka salah menafsirkan simbol atau menggeneralisasi aturan aritmetika ke konteks aljabar (Munawwaroh *et al.*, 2025; Subroto & Suryadi, 2018).

Hambatan belajar merupakan kondisi yang mengganggu proses penerimaan dan pengolahan informasi siswa, baik karena faktor internal maupun eksternal. Brousseau (1986) mengklasifikasikan hambatan belajar menjadi tiga jenis diantaranya hambatan ontogenik; yang berkaitan dengan keterbatasan perkembangan kognitif, hambatan didaktik; yang timbul dari ketidaksesuaian metode pengajaran dengan karakteristik siswa; dan hambatan epistemologis; yang muncul karena sifat abstrak dan kompleksitas materi (Santosa *et al.*, 2024).

1. Hambatan Ontogenik

Hambatan Ontogenik mengacu pada tantangan inheren yang dihadapi siswa selama proses memperoleh pengetahuan. Hambatan ini mengacu pada hambatan belajar yang muncul dari kesiapan psikologis siswa, penguasaan materi sebelumnya, dan proses berpikir yang diperlukan untuk konsep-konsep baru (Doolittle & Byrnes, 2023). Dalam pembelajaran aljabar, hambatan ontogenik dapat terlihat ketika siswa masih bergantung pada pemikiran aritmetis sehingga belum mampu memahami penggunaan simbol sebagai representasi kuantitas yang belum diketahui (Sukarma *et al.*, 2024).

2. Hambatan Epistemologis

Hambatan epistemologis berkaitan dengan keterbatasan pengetahuan yang dimiliki siswa ketika berhadapan dengan konteks atau situasi baru. Hambatan ini muncul karena suatu konsep yang sebelumnya dianggap benar menjadi tidak memadai untuk digunakan pada situasi yang berbeda (Brousseau, 2002). Hambatan ini berasal dari persepsi kaku matematika sebagai deterministik, membatasi proses pengajaran dan pembelajaran yang efektif (Ferronato *et al.*, 2024). Dalam pembelajaran aljabar, hambatan epistemologis sering ditemukan ketika siswa menafsirkan simbol aljabar menggunakan aturan aritmetika atau mengalami kesulitan memahami makna variabel, koefisien, dan bentuk aljabar sebagai representasi hubungan matematis (Deigan, 2023).

3. Hambatan Didaktik

Hambatan didaktik menurut Brousseau, mengacu pada hambatan yang muncul dari cara konten matematika disajikan dan diajarkan. Teori Situasi Didaktik menekankan pentingnya menciptakan konteks pembelajaran yang menarik dan relevan untuk mengatasi hambatan ini, memungkinkan siswa untuk membangun pengetahuan mereka sendiri melalui interaksi yang bermakna dan kegiatan pemecahan masalah (González, 2024). Hambatan didaktik muncul ketika metode pengajaran terlalu prosedural, minim

kontekstualisasi, atau kurang memberi kesempatan eksplorasi, sehingga simbol aljabar tidak dikaitkan dengan pengalaman nyata siswa (Gyamfi *et al.*, 2025; Uegatani *et al.*, 2024).

Hambatan belajar sering muncul saat siswa kesulitan memahami makna variabel, menyusun persamaan, atau mengubah representasi verbal menjadi simbolik (Sun, Sun, *et al.*, 2023). Temuan lain memperkuat bahwa Siswa menghadapi hambatan dalam memahami konsep aljabar dasar karena kesalahpahaman tentang variabel, koefisien, dan istilah serupa, ini menghambat kemampuan mereka untuk membangun kerangka pengetahuan yang benar dalam aljabar dan konsep matematika terkait. Hambatan ini saling berkaitan dan memerlukan strategi pedagogis yang adaptif. Identifikasi hambatan epistemologis sejak tahap perencanaan pembelajaran penting agar guru dapat menyesuaikan aktivitas dan bahan ajar (Lee, 2025). Karena itu, lintasan belajar tidak hanya berfokus pada langkah ideal, tetapi juga harus mengantisipasi kemungkinan hambatan serta menyesuaikan pendekatan dengan cara berpikir siswa agar pembelajaran aljabar lebih bermakna.

Learning obstacle menempati posisi sentral karena menjadi dasar dalam memahami kebutuhan belajar siswa sebelum suatu desain pembelajaran disusun (Suryadi, 2013). menjelaskan bahwa identifikasi *learning obstacle* diperlukan untuk mengungkap kesenjangan antara struktur konsep yang seharusnya dipelajari siswa dengan pemahaman yang dimiliki siswa pada saat tertentu. Oleh karena itu, analisis *learning obstacle* tidak hanya bertujuan menemukan kesalahan siswa, tetapi juga mengidentifikasi faktor-faktor yang menyebabkan kesulitan tersebut muncul (Anggraeni *et al.*, 2024).

Pada tahap *prospective analysis*, hasil identifikasi *learning obstacle* digunakan sebagai dasar untuk menganalisis kebutuhan belajar siswa dan menyusun lintasan belajar hipotetis (*Hypothetical Learning Trajectory*). Dengan demikian, HLT yang dirancang tidak semata-mata mengikuti urutan materi dalam kurikulum, tetapi dikonstruksi berdasarkan hambatan belajar yang dialami siswa sehingga lebih responsif terhadap kebutuhan belajar mereka (Suryadi, 2013). *Learning obstacle* pada materi bentuk aljabar dipahami sebagai hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktik yang dialami siswa, yang selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam analisis kebutuhan belajar dan

penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada tahap *prospective analysis* DDR.

2.1.4 *Didactical Design Research* (DDR)

Didactical Design Research (DDR) merupakan pendekatan dalam pendidikan matematika yang digunakan untuk merancang, melaksanakan, dan merevisi desain pembelajaran berdasarkan analisis kesulitan belajar siswa. DDR menempatkan *learning obstacle* sebagai fokus utama dalam pengembangan pembelajaran berbasis data empiris di kelas, sehingga pembelajaran tidak hanya dipahami sebagai proses penyampaian materi, tetapi sebagai proses yang dipengaruhi oleh interaksi antara siswa, guru, dan materi (Lubis *et al.*, 2024). DDR juga berfungsi sebagai kerangka berpikir untuk memahami bagaimana kesulitan belajar muncul dan bagaimana desain pembelajaran dapat disesuaikan untuk mengatasinya.

Karakteristik utama DDR terletak pada fokusnya terhadap *learning obstacle*, yang menjadi dasar dalam merancang pembelajaran matematika. Pembelajaran dipahami sebagai hasil interaksi antara siswa, guru, dan materi yang saling memengaruhi. Click or tap here to enter text. dalam proses belajar (Habsy *et al.*, 2023). Dalam hal ini, guru tidak hanya berperan sebagai penyampai materi, tetapi juga sebagai perancang yang mengantisipasi respons dan kesulitan siswa dalam memahami konsep matematika (Hidayat & Sari, 2022). Oleh karena itu, desain pembelajaran dalam DDR bersifat prediktif dan antisipatif (Sari *et al.*, 2023).

DDR terdiri atas tiga tahapan yang saling berkesinambungan, yaitu *prospective analysis*, *metapedadidactic analysis*, dan *retrospective analysis*. Tahap *prospective analysis* dilakukan sebelum pembelajaran melalui identifikasi *learning obstacle*, dan penyusunan HLT sebagai desain awal pembelajaran (Prahmana & Kusumah, 2016). Tahap *metapedadidactic analysis* dilakukan saat implementasi pembelajaran dengan mengkaji interaksi guru, siswa, dan materi serta respons siswa terhadap desain yang diterapkan (Bakker & van Eerde, 2015). Selanjutnya, tahap *retrospective analysis* dilakukan setelah pembelajaran untuk membandingkan desain awal dengan hasil implementasi guna menghasilkan perbaikan ranvanganyang lebih empirik (Habsy *et al.*, 2023).

DDR digunakan sebagai kerangka utama dalam merancang pembelajaran matematika pada materi aljabar kelas VII, namun hanya difokuskan pada tahap *prospective analysis*. Pembatasan ini dilakukan karena penelitian berfokus pada identifikasi *learning obstacle* dan penyusunan HLT. Dengan demikian, DDR dalam penelitian ini berperan sebagai pendekatan analitis dan desain pada tahap awal pengembangan pembelajaran yang berfokus pada pemetaan *learning obstacle* serta penyusunan yang bersifat antisipatif dan berbasis kebutuhan siswa (Rahayu *et al.*, 2023; Nugraha & Putra, 2024)

2.1.5 Teori Pirie Kieren

Pemahaman matematis merupakan proses yang berkembang secara bertahap melalui interaksi siswa dengan ide-ide matematika. Dalam Konstruktivis, pemahaman tidak dipandang sebagai hasil akhir yang bersifat tetap, melainkan sebagai proses dinamis yang terus berkembang seiring pengalaman belajar siswa (George & Voutsina, 2024). Salah satu teori yang menjelaskan perkembangan pemahaman matematis secara komprehensif dikemukakan oleh Pirie dan Kieren (1994) melalui model pertumbuhan pemahaman matematis (*Theory of the Growth of Mathematical Understanding*) (Utami *et al.*, 2025).

Menurut Pirie dan Kieren (1994), pemahaman matematika berkembang melalui delapan lapisan (*layers of understanding*) yang saling berkaitan, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalising*, *observing*, *structuring*, dan *inventising*. Perkembangan pemahaman tidak berlangsung secara *linear*, tetapi bersifat dinamis melalui proses *folding back*, yaitu ketika siswa kembali ke lapisan pemahaman sebelumnya untuk membangun pemahaman yang lebih mendalam (Utami *et al.*, 2025). Delapan lapisan pemahaman tersebut dijelaskan sebagai berikut. Proses *folding back* dipandang sebagai mekanisme penting yang memungkinkan siswa mereorganisasi pemahamannya ketika menghadapi konsep atau permasalahan matematika yang lebih kompleks (Martinez *et al.*, 2022).

1. *Primitive Knowing*

Pengetahuan awal yang telah dimiliki siswa sebelum mempelajari suatu konsep baru. Pengetahuan ini diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya maupun pengalaman sehari-hari. Dalam materi aljabar, pengetahuan awal dapat berupa

pemahaman siswa tentang operasi hitung bilangan, pola bilangan, dan konsep kesetaraan.

2. *Image Making*

Siswa mulai membangun gambaran awal mengenai suatu konsep melalui aktivitas belajar yang melibatkan eksplorasi, manipulasi objek, atau penyelesaian masalah. Siswa mulai menghubungkan pengetahuan awal dengan pengalaman baru yang diperolehnya.

3. *Image Having*

Siswa mulai memiliki representasi mental terhadap konsep yang dipelajari setelah melalui berbagai aktivitas. Pada tahap ini siswa dapat membayangkan suatu konsep tanpa harus selalu bergantung pada aktivitas konkret yang mendahuluinya.

4. *Property Noticing*

Siswa mulai mengenali sifat-sifat atau karakteristik penting dari suatu konsep. Mereka mulai membandingkan, mengidentifikasi keteraturan, serta menemukan hubungan antarkonsep berdasarkan representasi yang telah dimiliki.

5. *Formalising*

Siswa mulai menggunakan bahasa, simbol, dan definisi matematika secara lebih formal. Pemahaman tidak lagi bergantung pada contoh-contoh khusus, tetapi telah berkembang menjadi konsep yang lebih umum dan abstrak.

6. *Observing*

Siswa mulai merefleksikan proses berpikirnya sendiri dan mengamati hubungan antarstruktur matematika yang telah dipelajari. Mereka mampu melihat pola dan keterkaitan yang lebih luas di antara berbagai konsep.

7. *Structuring*

Siswa mampu mengorganisasikan berbagai konsep dan hubungan matematika ke dalam suatu struktur yang koheren. Pengetahuan yang dimiliki tidak lagi terpisah-pisah, tetapi membentuk sistem pemahaman yang saling terhubung.

8. *Inventing*

Tahap ini merupakan pemahaman tertinggi, ketika siswa mampu menghasilkan ide, strategi, atau konsep matematika baru berdasarkan struktur pengetahuan

yang telah dimilikinya. Siswa mulai melakukan generalisasi dan mengembangkan pemikiran matematis secara kreatif.

Pirie dan Kieren (1994) menegaskan bahwa perpindahan antarlapisan tidak selalu berlangsung secara berurutan. Dalam proses belajar, siswa dapat kembali ke lapisan sebelumnya (*folding back*) ketika menghadapi kesulitan atau konsep baru yang lebih kompleks (Safuan *et al.*, 2026). Proses ini merupakan bagian alami dari perkembangan pemahaman matematis dan berperan penting dalam pembentukan pemahaman yang lebih mendalam. Temuan penelitian terkini menunjukkan bahwa proses *folding back* sering muncul ketika siswa mengalami hambatan dalam menghubungkan representasi matematis dan membangun kembali pemahaman konseptualnya (George & Voutsina, 2024)).

Dalam penelitian ini, teori Pirie dan Kieren digunakan sebagai landasan untuk memahami perkembangan berpikir siswa pada materi bentuk aljabar. Setiap *learning obstacle* yang ditemukan dianalisis dengan mempertimbangkan kemungkinan posisi siswa dalam perkembangan pemahaman matematis. Dengan demikian, penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) tidak hanya didasarkan pada urutan materi, tetapi juga mempertimbangkan perkembangan pemahaman siswa dari pengetahuan awal menuju pemahaman aljabar yang lebih formal. Teori ini membantu peneliti memprediksi lintasan belajar siswa serta merancang aktivitas pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan belajar dan hambatan yang mereka alami.

2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

- (1) Penelitian yang dilakukan oleh (Apriyanti *et al.*, 2019)., berjudul “*Development of Hypothetical Learning Trajectory for Linear Equations*” Penelitian ini mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada materi persamaan linear satu variabel dengan pendekatan berbasis konteks dan metode design research. Hasilnya menunjukkan bahwa urutan aktivitas pembelajaran yang disusun secara sistematis dengan dukungan *scaffolding* mampu membantu siswa dalam menyelesaikan masalah kontekstual serta meningkatkan pemahaman konsep persamaan linear. Perbedaan mendasar penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan adalah penelitian tersebut hanya berfokus pada pengembangan HLT berbasis RME pada materi persamaan linear,

- (2) Penelitian yang dilakukan oleh (S. B. Yuliani *et al.*, 2024) berjudul “Pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* Materi Perkalian Bentuk Aljabar Kelas VII dengan *Pendekatan Realistic Mathematics Education*” Penelitian ini menyusun HLT pada materi perkalian bentuk aljabar dengan menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) melalui konteks kehidupan nyata dan aktivitas pembelajaran yang terstruktur. Hasilnya menunjukkan bahwa desain HLT mampu meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep perkalian aljabar serta membantu siswa mengembangkan strategi pemecahan masalah. Relevansinya dengan penelitian ini terletak pada penggunaan pendekatan kontekstual dalam pengembangan HLT untuk memahami konsep aljabar. Perbedaan mendasar penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan adalah penelitian tersebut hanya berfokus pada pengembangan HLT berbasis RME pada materi perkalian aljabar, sedangkan penelitian ini menggunakan pendekatan DDR yang berangkat dari analisis *learning obstacle* siswa untuk menyusun Desain HLT pada materi bentuk aljabar secara lebih komprehensif.
- (3) Penelitian yang dilakukan oleh (Pramesti *et al.*, 2025) berjudul “*Developing a Learning Trajectory on the Conceptual Understanding Procedures of Pythagorean Theorem Material for Junior High School Students*”. Penelitian ini menyusun learning trajectory pada materi *Teorema Pythagoras* dengan mengorganisasikan aktivitas belajar berdasarkan prediksi perkembangan pemahaman konseptual siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dirancang mampu memfasilitasi perkembangan pemahaman siswa secara bertahap melalui aktivitas pembelajaran yang sistematis. Relevansi penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan terletak pada fokusnya terhadap penyusunan lintasan belajar siswa sebagai dasar pengembangan pembelajaran. Perbedaannya, penelitian tersebut berfokus pada materi Teorema Pythagoras, sedangkan penelitian ini berfokus pada materi aljabar dengan penyusunan desain HLT yang didasarkan pada hasil identifikasi *learning obstacle* siswa.
- (4) Penelitian yang dilakukan oleh (Fasya *et al.*, 2024)., berjudul “*Learning Obstacle Siswa pada Materi Operasi Hitung Bentuk Aljabar melalui Soal Pemecahan*

Masalah Matematis” (Fasya, 2024). Penelitian ini mengkaji kesulitan belajar siswa SMP dalam menyelesaikan operasi bentuk aljabar melalui pendekatan pemecahan masalah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami struktur aljabar, terutama dalam menghubungkan representasi simbol dengan konsep matematis. Relevansinya dengan penelitian ini adalah memberikan dasar empiris terkait jenis-jenis *learning obstacle* yang muncul pada materi aljabar. Perbedaan mendasar penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan adalah penelitian tersebut hanya mendeskripsikan *learning obstacle*, sedangkan penelitian ini menggunakan hasil identifikasi tersebut sebagai dasar untuk menyusun desain HLT dalam kerangka DDR guna menghasilkan desain pembelajaran yang lebih antisipatif.

2.3 Kerangka Teoretis

Tujuan utama pembelajaran matematika adalah membantu siswa membangun pemahaman konseptual melalui pengalaman belajar yang aktif dan kontekstual (Astriani & Dhana, 2024). Pembelajaran aljabar pada siswa SMP menuntut pemahaman konseptual yang tidak sederhana, karena siswa harus mampu berpindah dari operasi aritmetika menuju representasi simbolik. Untuk itu, guru perlu merancang pembelajaran secara sistematis dengan mempertimbangkan tujuan, metode, bahan ajar, dan karakteristik siswa. Salah satu cara ialah menyusun lintasan belajar (Learning Trajectory) yang menggambarkan perkembangan pemahaman siswa terhadap konsep tertentu (Fauziah *et al.*, 2023).

Pengembangan desain didaktis tidak dapat hanya berorientasi pada struktur konsep materi bentuk aljabar, tetapi juga harus mempertimbangkan hambatan belajar yang muncul dalam proses pemahaman siswa. Di sisi lain, penelitian pendidikan matematika menunjukkan bahwa pengembangan desain pembelajaran yang baik harus mempertimbangkan kesenjangan antara konsep formal dan cara berpikir siswa (Ardiansari *et al.*, 2023).

Berdasarkan pemikiran tersebut, penelitian ini memandang bahwa desain didaktis perlu dibangun melalui keterkaitan antara struktur konsep materi bentuk aljabar, *learning obstacle* siswa, kebutuhan belajar yang muncul akibat *Learning obstacle* tersebut, serta prinsip-prinsip didaktis dalam pembelajaran matematika. Keterkaitan ini

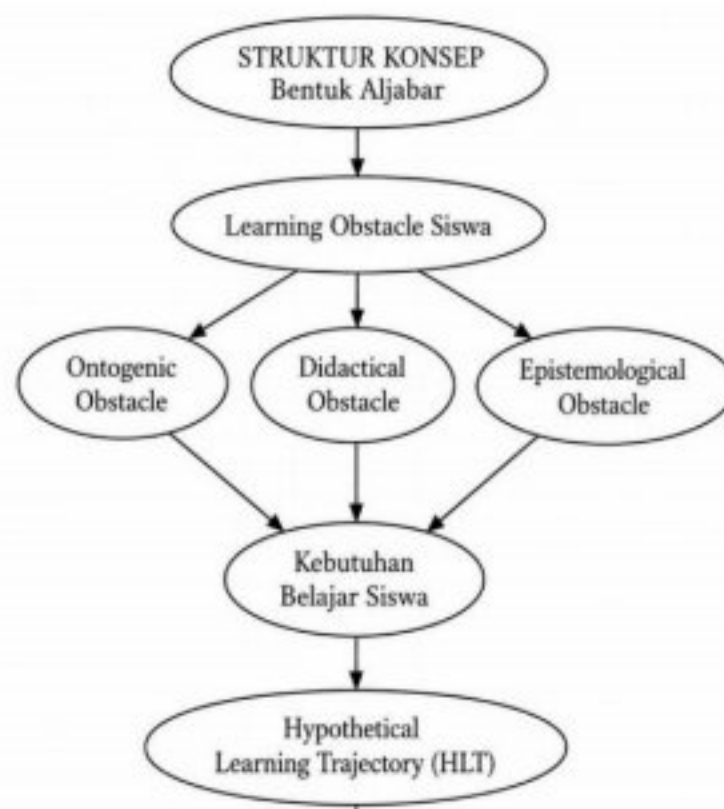
penting karena pembelajaran tidak hanya menekankan hasil akhir, tetapi juga proses konstruksi pengetahuan siswa secara bertahap dan bermakna (Pramesti *et al.*, 2025). Penelitian-penelitian terbaru juga menunjukkan bahwa desain pembelajaran yang berbasis analisis kesulitan belajar mampu meningkatkan relevansi aktivitas pembelajaran dengan kondisi nyata siswa di kelas (Ardiansari *et al.*, 2023)

Kerangka berpikir penelitian ini diawali dari struktur konsep materi bentuk aljabar yang meliputi pemahaman unsur-unsur aljabar seperti variabel, koefisien, konstanta, dan suku, serta operasi dasar dan aturan penulisan aljabar sebagai bagian dari transisi aritmetika ke aljabar. Struktur konsep ini merepresentasikan pengetahuan matematis yang diharapkan dapat dikuasai siswa secara utuh dan sistematis (Wright, 2014). Dalam kajian terbaru, penguasaan struktur aljabar juga dipandang sebagai fondasi penting dalam pengembangan kemampuan berpikir simbolik siswa (Radford, 2021; Setianingrum *et al.*, 2020). Oleh karena itu, struktur konsep ini menjadi dasar utama dalam menyusun alur pembelajaran yang sesuai dengan perkembangan kognitif siswa SMP.

Penguasaan konsep tersebut sering terhambat oleh berbagai *learning obstacle*, baik yang bersumber dari kesiapan belajar siswa (*ontogenic obstacle*), proses pembelajaran yang dialami siswa (*didactical obstacle*), maupun keterbatasan pemahaman konsep yang telah dimiliki siswa (*epistemological obstacle*). Hambatan-hambatan ini menyebabkan kesenjangan antara konsep formal aljabar dengan pemahaman konseptual siswa di kelas (Fasya *et al.*, 2024). Penelitian menunjukkan bahwa kesulitan utama siswa terletak pada pemaknaan simbol, manipulasi ekspresi aljabar, serta transisi dari aritmetika ke aljabar (Ruli *et al.*, 2025). Dengan demikian, identifikasi *learning obstacle* menjadi langkah penting dalam merancang pembelajaran yang lebih adaptif.

Learning obstacle yang telah teridentifikasi kemudian dianalisis untuk menemukan kebutuhan belajar siswa. Kebutuhan belajar ini menjadi dasar dalam penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang menggambarkan lintasan belajar yang diperkirakan dapat membantu siswa membangun pemahaman konsep bentuk aljabar secara bertahap dan sistematis. HLT dipandang sebagai instrumen penting dalam memprediksi proses belajar siswa sebelum pembelajaran dilaksanakan di kelas (Apriyanti *et al.*, 2019).

Penelitian terbaru juga menunjukkan bahwa HLT yang disusun berdasarkan analisis kebutuhan belajar mampu menghasilkan desain pembelajaran yang lebih terarah dan sesuai dengan karakteristik siswa (Pramesti *et al.*, 2025; S. B. Yuliani *et al.*, 2024). HLT yang disusun berdasarkan hasil identifikasi *learning obstacle* dan analisis kebutuhan belajar. Dengan demikian, hasil akhir penelitian ini berupa identifikasi *learning obstacle* serta penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada materi bentuk aljabar yang didasarkan pada kebutuhan belajar siswa. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan Desain pembelajaran yang lebih sistematis, antisipatif, dan responsif terhadap hambatan belajar siswa.



Gambar 2.2 Kerangka Teoritis

2.4 Fokus Penelitian

Fokus penelitian ini adalah mengidentifikasi *learning obstacle* aktual siswa dan menyusun desain *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada materi bentuk aljabar kelas VII SMP dengan memanfaatkan kerangka *Didactical Design Research* (DDR) pada tahap *prospective analysis*, sehingga tidak mencakup implementasi maupun evaluasi pembelajaran di kelas. Penelitian dilakukan melalui penyusunan tes diagnostik berdasarkan konseptual materi bentuk aljabar, analisis kurikulum, buu paket dan kajian

penelitian terdahulu, pemberian tes diagnostik, wawancara dengan guru dan siswa untuk memperoleh hambatan belajar aktual siswa pada materi bentuk aljabar. Hasil identifikasi *learning obstacle* kemudian dianalisis untuk menentukan kebutuhan belajar siswa. Kemudian *learning obstacle* aktual dan kebutuhan belajar disintesis untuk menjadi dasar dalam penyusunan HLT Sebagai representasi operasional dari aktivitas yang termuat dalam HLT.