

BAB 2

LANDASAN TEORETIS

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Hakikat Desain dan Desain Didaktis

Dalam konteks pendidikan, desain dapat dipahami sebagai proses sistematis untuk merencanakan, mengembangkan, dan mengorganisasikan pengalaman belajar agar tujuan pembelajaran tercapai secara efektif. Desain berbeda dengan perencanaan dan strategi pembelajaran. Perencanaan lebih menekankan penyusunan langkah-langkah kegiatan, sedangkan strategi berfokus pada pendekatan atau cara yang digunakan dalam pembelajaran. Desain mencakup keduanya dalam kerangka yang lebih luas karena mengintegrasikan tujuan, materi, metode, dan evaluasi pembelajaran (Tinambunan *et al.*, 2025). Dalam perkembangan terbaru, desain pembelajaran dipandang sebagai aktivitas reflektif dan adaptif yang tidak hanya berorientasi pada penyampaian materi, tetapi juga pada penciptaan pengalaman belajar yang bermakna bagi peserta didik (Lainez *et al.*, 2025).

Hakikat desain pembelajaran terletak pada upaya merancang pengalaman belajar yang memungkinkan peserta didik membangun pemahaman secara aktif. Desain pembelajaran tidak sekadar mengatur urutan kegiatan, tetapi juga mempertimbangkan cara peserta didik berpikir, belajar, dan merespons situasi pembelajaran. Komponen utama dalam desain pembelajaran meliputi tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, serta evaluasi ketercapaian tujuan (Wasson & Kirschner, 2020). Desain pembelajaran yang disusun secara sistematis dan sesuai dengan karakteristik peserta didik dapat mendukung efektivitas pembelajaran, terutama dalam mengembangkan pemahaman konseptual dan kemampuan berpikir tingkat tinggi (Tawfik *et al.*, 2024).

Dalam pendidikan matematika, desain didaktis merupakan pengembangan dari desain pembelajaran yang berfokus pada proses konstruksi pengetahuan matematika oleh peserta didik (Fitriani *et al.*, 2023). Desain didaktis dipahami sebagai rancangan pembelajaran yang disusun berdasarkan analisis terhadap kondisi belajar peserta didik, terutama hambatan belajar atau *Learning Obstacle* yang mereka alami (Puspito, 2021). Berbeda dengan desain pembelajaran umum yang cenderung menekankan prosedur kegiatan, desain didaktis memperhatikan relasi antara peserta

didik, guru, dan pengetahuan dalam situasi didaktis (Fardian *et al.*, 2024). Dalam hal ini, desain didaktis berkaitan dengan teori didaktik seperti *Theory of Didactical Situations (TDS)* yang dikembangkan oleh Guy Brousseau dan *Anthropological Theory of the Didactic (ATD)* oleh Yves Chevallard, yang keduanya menekankan pentingnya situasi pembelajaran dalam membangun pengetahuan matematika (Dasari *et al.*, 2024).

Karakteristik utama desain didaktis terletak pada kemampuannya dalam mengakomodasi kompleksitas proses belajar peserta didik. Desain ini disusun berdasarkan analisis *Learning Obstacle* yang meliputi hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktis, sehingga aktivitas pembelajaran yang dirancang lebih sesuai dengan kebutuhan peserta didik (Fardian *et al.*, 2024). Selain itu, desain didaktis juga memuat antisipasi terhadap berbagai kemungkinan respons peserta didik. Antisipasi ini dikenal sebagai *didactical anticipation*, yaitu prediksi terhadap cara berpikir, tindakan, dan kesulitan yang mungkin muncul selama pembelajaran (Puspito, 2021). Dengan karakteristik tersebut, desain didaktis bersifat fleksibel, adaptif, dan berorientasi pada proses konstruksi pengetahuan, bukan hanya pada pencapaian hasil akhir (Ho, 2024).

Secara fungsional, desain didaktis berperan dalam membantu guru merancang pembelajaran yang lebih sesuai dengan hambatan belajar peserta didik. Melalui identifikasi sumber kesulitan, guru dapat menyusun aktivitas yang lebih terarah dan relevan dengan kebutuhan belajar peserta didik. Desain didaktis juga menjembatani teori dan praktik pembelajaran karena disusun berdasarkan landasan teoretis serta mempertimbangkan kondisi nyata di kelas (Fitriani *et al.*, 2023). Beberapa penelitian menunjukkan bahwa desain didaktis berbasis hambatan belajar dapat meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, terutama dalam membangun pemahaman konseptual peserta didik (Fitriani & Widjajanti, 2024). Selain itu, desain didaktis memiliki keterkaitan dengan *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)*, karena keduanya sama-sama menekankan prediksi proses berpikir peserta didik dan kemungkinan lintasan belajar yang terjadi (Oliveira *et al.*, 2025).

Dalam penelitian ini, desain didaktis digunakan untuk mendukung penyusunan rancangan pembelajaran pada materi Persamaan Linear Satu Variabel. Rancangan tersebut disusun dengan memperhatikan *Learning Obstacle* yang dialami peserta didik, sehingga aktivitas pembelajaran dapat diarahkan untuk mengantisipasi hambatan dan membangun pemahaman konsep secara bertahap. Dengan demikian, desain didaktis

tidak hanya berfungsi sebagai perangkat perencanaan pembelajaran, tetapi juga sebagai dasar analisis dan refleksi dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika.

2.1.2 Struktur Konseptual Materi Persamaan Linear Satu Variabel

Persamaan Linear Satu Variabel merupakan salah satu konsep dasar dalam pembelajaran aljabar di Sekolah Menengah Pertama. Materi ini memiliki peran penting karena menjadi fondasi bagi peserta didik dalam memahami konsep aljabar yang lebih kompleks, seperti bentuk aljabar, persamaan linear dua variabel, pertidaksamaan, dan fungsi linear (S. N. Sari & Adirakasiwi, 2025). Pemahaman terhadap materi ini tidak hanya berkaitan dengan kemampuan menentukan nilai variabel, tetapi juga mencakup pemahaman terhadap struktur persamaan, relasi kesetaraan, pemodelan masalah kontekstual, dan pemeriksaan kebenaran solusi (Masitoh *et al.*, 2025). Oleh karena itu, struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel dalam penelitian ini difokuskan pada tiga kelompok konsep utama, yaitu struktur penyelesaian berbasis kesetaraan, pemodelan masalah kontekstual ke bentuk Persamaan Linear Satu Variabel, serta validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian.

Pemilihan tiga kelompok konsep tersebut didasarkan pada karakteristik materi Persamaan Linear Satu Variabel yang mencakup aspek konseptual, prosedural, dan aplikatif. Struktur penyelesaian berbasis kesetaraan menekankan pemahaman terhadap bentuk persamaan dan alasan matematis dalam proses penyelesaian (Rohimah, 2017). Pemodelan masalah kontekstual menekankan kemampuan peserta didik menghubungkan situasi verbal dengan representasi aljabar (Apriyanti *et al.*, 2019). Sementara itu, validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian menekankan kemampuan peserta didik dalam memeriksa kebenaran hasil serta memberikan alasan matematis terhadap suatu penyelesaian (Raisya *et al.*, 2025). Dengan demikian, pembahasan struktur konseptual dalam penelitian ini disusun berdasarkan hubungan antarkonsep yang mendukung pemahaman peserta didik terhadap Persamaan Linear Satu Variabel secara utuh. Berikut uraian struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel dalam penelitian ini difokuskan pada tiga kelompok konsep utama, yaitu

(1) Struktur Penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel Berbasis Kesetaraan

Struktur penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel berbasis kesetaraan mencakup pemahaman terhadap kalimat terbuka, variabel, koefisien, konstanta, bentuk

aljabar, bentuk umum Persamaan Linear Satu Variabel, tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan, kesetaraan dua ruas, sifat distributif, operasi ekuivalen pada kedua ruas, isolasi variabel, dan himpunan penyelesaian. Konsep-konsep tersebut tidak berdiri sendiri, tetapi saling berkaitan dalam membentuk dasar penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel (Nisa *et al.*, 2024). Secara konseptual, Persamaan Linear Satu Variabel dapat dipahami sebagai kalimat terbuka yang memuat satu variabel berpangkat satu dan dihubungkan oleh tanda sama dengan, sehingga nilai kebenarannya bergantung pada nilai variabel yang menggantikannya (Masitoh *et al.*, 2025).

Pemahaman terhadap variabel, koefisien, konstanta, dan bentuk aljabar menjadi dasar awal dalam struktur penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel. Variabel berfungsi sebagai simbol yang merepresentasikan bilangan yang belum diketahui. Koefisien menunjukkan bilangan yang mengalikan variabel, sedangkan konstanta menunjukkan bilangan tetap yang tidak memuat variabel (Rayhan & Sudihartinih, 2022). Pemahaman terhadap unsur-unsur bentuk aljabar penting karena peserta didik perlu memandang bentuk aljabar sebagai struktur yang bermakna, bukan sekadar gabungan angka dan huruf (Sinaga *et al.*, 2025). Apabila pemahaman tersebut belum terbentuk, peserta didik berpotensi mengalami kesulitan dalam membedakan suku sejenis dan suku tidak sejenis, melakukan operasi aljabar, serta menyederhanakan bentuk persamaan secara tepat (Ariansyah *et al.*, 2021).

Tanda sama dengan merupakan unsur penting dalam penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel. Dalam pembelajaran aritmetika, peserta didik sering memaknai tanda sama dengan sebagai tanda untuk menuliskan hasil perhitungan. Dalam aljabar, tanda sama dengan perlu dipahami sebagai relasi kesetaraan antara dua ruas (Riastuti *et al.*, 2023). Pemahaman ini menjadi dasar bagi peserta didik dalam melakukan operasi ekuivalen pada kedua ruas. Oleh karena itu, penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel tidak cukup dipahami sebagai prosedur memindahkan suku atau mencari nilai x , tetapi sebagai proses mempertahankan kesetaraan melalui operasi matematika yang sah (Heriyuni, 2023).

Dalam menyelesaikan Persamaan Linear Satu Variabel, peserta didik perlu menggunakan operasi aljabar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan sifat distributif. Sifat distributif diperlukan ketika persamaan memuat bentuk aljabar bertanda kurung. Sementara itu, operasi ekuivalen digunakan agar setiap perubahan

bentuk persamaan tetap setara dengan persamaan semula (Savitri & Izzati, 2023). Operasi ekuivalen pada kedua ruas menjadi dasar formal dari proses isolasi variabel, yaitu proses membuat variabel berdiri sendiri sehingga diperoleh nilai yang memenuhi persamaan. Nilai variabel tersebut kemudian dipahami sebagai penyelesaian, yaitu nilai yang membuat persamaan bernilai benar (Reddy, 2024).

Dengan demikian, struktur penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel berbasis kesetaraan menuntut pemahaman tentang hubungan antara bentuk aljabar, kesetaraan dua ruas, operasi ekuivalen, dan makna penyelesaian. Peserta didik tidak hanya perlu menguasai langkah prosedural, tetapi juga perlu memahami alasan dari setiap operasi yang dilakukan (Riastuti *et al.*, 2023). Pemahaman ini penting agar peserta didik tidak hanya menggunakan aturan mekanistik seperti “pindah ruas”, tetapi mampu menjelaskan bahwa aturan tersebut berasal dari prinsip operasi ekuivalen pada kedua ruas (Khairunisa *et al.*, 2024).

(2) Pemodelan Masalah Kontekstual ke Bentuk Persamaan Linear Satu Variabel

Persamaan Linear Satu Variabel tidak hanya dipahami sebagai bentuk simbolik, tetapi juga sebagai alat untuk merepresentasikan hubungan kuantitatif dalam masalah kontekstual. Dalam pembelajaran matematika SMP, peserta didik diharapkan mampu menggunakan Persamaan Linear Satu Variabel untuk menyusun model matematika dari situasi sehari-hari yang melibatkan satu kuantitas yang belum diketahui (Reddy, 2024). Proses pemodelan menuntut peserta didik untuk memahami informasi yang diketahui dan ditanyakan, menentukan variabel, menyusun hubungan antar kuantitas, membentuk persamaan, menyelesaikan model, dan menafsirkan hasil sesuai konteks masalah (Raisya *et al.*, 2025).

Pemodelan masalah kontekstual menjadi bagian penting dalam struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel karena menghubungkan bahasa verbal, representasi simbolik, dan makna matematis. Peserta didik perlu memahami bahwa variabel dapat digunakan untuk menyatakan kuantitas yang belum diketahui, seperti banyak benda, harga, umur, panjang, atau jumlah tertentu dalam suatu situasi (Hendrik *et al.*, 2020). Kemampuan menyusun model matematika menunjukkan bahwa peserta didik tidak hanya melakukan operasi hitung, tetapi juga memahami hubungan antar kuantitas dalam suatu konteks. Dengan demikian, pemodelan menjadi jembatan antara penalaran aritmetis dan penalaran aljabar yang lebih formal (Masitoh *et al.*, 2025).

Pada tahap pemodelan, peserta didik sering berada dalam proses transisi dari strategi aritmetika informal menuju representasi aljabar formal. Strategi aritmetika informal dapat menunjukkan bahwa peserta didik memahami hubungan kuantitatif melalui penjumlahan berulang, perkalian langsung, atau pola bilang (Suwito *et al.*, 2025). Namun, pemahaman aritmetis tersebut belum selalu menunjukkan kemampuan membentuk model aljabar formal berbentuk Persamaan Linear Satu Variabel. Oleh karena itu, peserta didik perlu difasilitasi untuk mengubah hubungan aritmetis menjadi hubungan aljabar melalui pemisalan variabel, penyusunan hubungan antar kuantitas, dan pembentukan persamaan (Apriyanti *et al.*, 2019; Hendrik *et al.*, 2020).

Pemodelan masalah kontekstual juga menuntut peserta didik untuk menafsirkan kembali hasil penyelesaian sesuai dengan konteks masalah. Nilai variabel yang diperoleh perlu dikaitkan dengan pertanyaan dalam soal, sehingga jawaban yang diberikan tidak hanya benar secara simbolik, tetapi juga bermakna secara kontekstual (Kusumawati *et al.*, 2021). Oleh karena itu, pemodelan dalam Persamaan Linear Satu Variabel mencakup proses memahami konteks, membentuk model, menyelesaikan model, dan menafsirkan hasil. Keseluruhan proses tersebut menunjukkan bahwa pemodelan merupakan bagian penting dari pemahaman aljabar dan tidak dapat dipisahkan dari struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel (Nisa *et al.*, 2024).

(3) Validasi Solusi dan Persamaan Tanpa Penyelesaian

Validasi solusi merupakan bagian penting dalam struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel. Penyelesaian persamaan tidak berhenti pada perolehan nilai variabel, tetapi harus dilanjutkan dengan pemeriksaan apakah nilai tersebut memenuhi persamaan awal (Sandra *et al.*, 2025). Pemeriksaan ini dapat dilakukan melalui substitusi nilai variabel ke dalam persamaan semula atau melalui penalaran aljabar yang menunjukkan bahwa kedua ruas bernilai sama (Rita *et al.*, 2021). Dengan demikian, validasi solusi membantu peserta didik memahami bahwa solusi bukan sekadar hasil akhir dari prosedur, melainkan nilai yang membuat persamaan menjadi pernyataan benar.

Selain memeriksa kebenaran solusi, peserta didik juga perlu memahami bahwa tidak semua persamaan memiliki penyelesaian. Suatu persamaan dikatakan tidak memiliki penyelesaian apabila tidak ada nilai variabel yang dapat membuat persamaan tersebut bernilai benar (Gollin & Joó, 2023). Dalam proses aljabar, kondisi ini dapat muncul ketika penyederhanaan atau manipulasi persamaan menghasilkan pernyataan

yang salah. Pemahaman terhadap persamaan tanpa penyelesaian penting karena peserta didik sering menganggap bahwa setiap persamaan pasti memiliki satu nilai variabel sebagai penyelesaian (Ochi *et al.*, 2023).

Validasi solusi berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam memberikan alasan matematis. Peserta didik tidak hanya diminta menemukan nilai variabel, tetapi juga perlu menjelaskan mengapa nilai tersebut benar atau mengapa suatu persamaan tidak memiliki penyelesaian (Heriyuni, 2023). Kemampuan ini menunjukkan perkembangan dari penyelesaian yang bersifat prosedural menuju pemahaman yang menekankan pemeriksaan, pembenaran, dan argumentasi matematis. Dalam pembelajaran aljabar, argumentasi matematis diperlukan agar peserta didik dapat memeriksa, membenarkan, atau menolak suatu pernyataan berdasarkan alasan yang logis (Tukan *et al.*, 2022).

Dengan demikian, validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian menjadi bagian penting dalam pembelajaran Persamaan Linear Satu Variabel. Peserta didik perlu dibiasakan untuk tidak hanya mencari nilai variabel, tetapi juga memeriksa kebenaran nilai tersebut dan memahami kemungkinan suatu persamaan tidak memiliki penyelesaian (Ariansyah *et al.*, 2021). Pemahaman ini penting agar peserta didik tidak memandang penyelesaian persamaan sebagai prosedur yang selalu menghasilkan satu jawaban, melainkan sebagai proses matematis yang menuntut pemeriksaan kebenaran dan alasan yang dapat dipertanggungjawabkan (Zain & Salimi, 2025).

(4) Perkembangan Berpikir Aljabar pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel

Perkembangan berpikir aljabar pada materi Persamaan Linear Satu Variabel berlangsung secara bertahap. Peserta didik umumnya bergerak dari berpikir aritmetis menuju berpikir simbolik, kemudian berkembang ke berpikir relasional, dan akhirnya menuju berpikir generalisasi atau integratif (Masitoh *et al.*, 2025). Perkembangan tersebut menunjukkan bahwa pemahaman aljabar tidak terbentuk secara langsung, tetapi dibangun melalui pengalaman peserta didik dalam menggunakan bilangan, simbol, relasi, dan representasi matematika.

Pada tahap berpikir aritmetis, peserta didik cenderung bekerja dengan bilangan konkret dan operasi hitung. Mereka dapat menemukan jawaban melalui penjumlahan, pengurangan, perkalian, atau pembagian langsung, tetapi belum tentu mampu menyatakan hubungan kuantitatif tersebut dalam bentuk variabel dan persamaan (Muñoz

et al., 2025). Pada tahap ini, peserta didik dapat memahami masalah secara numerik, tetapi belum sepenuhnya memahami simbol sebagai representasi bilangan yang belum diketahui. Oleh karena itu, tahap aritmetis perlu diarahkan menuju pemahaman simbolik dalam pembelajaran Persamaan Linear Satu Variabel (Hendrik *et al.*, 2020).

Pada tahap berpikir simbolik, peserta didik mulai menggunakan variabel, bentuk aljabar, dan persamaan untuk merepresentasikan hubungan matematika. Mereka mulai memahami bahwa huruf dalam aljabar bukan sekadar simbol, melainkan representasi dari kuantitas yang belum diketahui (Wahyuni *et al.*, 2023). Pada tahap ini, pemahaman terhadap variabel, koefisien, konstanta, dan bentuk persamaan menjadi dasar untuk membangun representasi aljabar yang lebih formal. Apabila makna simbolik tersebut belum dipahami, peserta didik berpotensi mengalami kesulitan dalam membaca, membentuk, dan menyelesaikan persamaan (Jafar & Aisyah, 2022).

Pada tahap berpikir relasional, peserta didik mulai memahami tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan antara dua ruas. Mereka tidak lagi melihat persamaan hanya sebagai perintah untuk menghitung, tetapi sebagai hubungan antara dua ekspresi yang harus bernilai sama (Wahyuni *et al.*, 2023). Pemahaman relasional ini menjadi dasar dalam menggunakan operasi ekuivalen pada kedua ruas dan memahami alasan matematis dari setiap langkah penyelesaian. Dengan demikian, berpikir relasional membantu peserta didik menghindari penggunaan prosedur mekanistik tanpa memahami makna kesetaraan (Masitoh *et al.*, 2025).

Pada tahap berpikir generalisasi atau integratif, peserta didik mampu menggunakan konsep Persamaan Linear Satu Variabel dalam berbagai situasi. Mereka tidak hanya menyelesaikan persamaan yang telah diberikan, tetapi juga mampu memodelkan masalah kontekstual, menafsirkan hasil penyelesaian, dan memvalidasi solusi yang diperoleh (Apriyanti *et al.*, 2019). Pada tahap ini, peserta didik mengintegrasikan pemahaman tentang variabel, operasi aljabar, kesetaraan, pemodelan, dan validasi solusi ke dalam pemahaman yang lebih utuh. Kemampuan tersebut menunjukkan perkembangan dari sekadar melakukan perhitungan menuju pemahaman aljabar yang bermakna dan dapat digunakan dalam konteks yang beragam (Raisya *et al.*, 2025).

(5) Implikasi terhadap *Learning Obstacle*

Struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel memiliki implikasi langsung terhadap prediksi *Learning Obstacle* peserta didik. *Learning Obstacle* dapat muncul ketika peserta didik belum memiliki kesiapan prasyarat, memiliki keterbatasan pemahaman terhadap suatu konsep, atau memperoleh pengalaman belajar yang kurang mendukung konstruksi pengetahuan matematika secara bermakna (Oktavihari & Kertiyani, 2025). Dalam konteks Persamaan Linear Satu Variabel, hambatan tersebut perlu dipahami melalui hubungan antara struktur konsep, pengalaman belajar, dan perkembangan berpikir peserta didik (Santosa *et al.*, 2024).

Pada struktur penyelesaian berbasis kesetaraan, hambatan dapat terjadi apabila peserta didik belum memahami variabel, struktur bentuk aljabar, suku sejenis dan suku tidak sejenis, sifat distributif, tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan, serta operasi ekuivalen pada kedua ruas. Hambatan yang berkaitan dengan operasi aljabar, sifat distributif, atau perbedaan suku sejenis dan tidak sejenis dapat dikategorikan sebagai *Ontogenic Obstacle* karena berhubungan dengan penguasaan prasyarat belajar (Wicaksono *et al.*, 2024). Sementara itu, hambatan dalam memahami tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan dan operasi ekuivalen pada kedua ruas dapat dikategorikan sebagai *Epistemological Obstacle* karena berkaitan dengan keterbatasan pemahaman peserta didik terhadap makna persamaan (Fasya *et al.*, 2024).

Pada pemodelan masalah kontekstual ke bentuk Persamaan Linear Satu Variabel, *Learning Obstacle* dapat muncul ketika peserta didik belum mampu mengubah informasi verbal menjadi model aljabar formal. Peserta didik mungkin dapat memahami relasi kuantitatif secara aritmetis, tetapi belum mampu menggunakan variabel dan persamaan untuk merepresentasikan situasi kontekstual (Sumpter & Löwenhielm, 2024). Hambatan ini dapat dikategorikan sebagai *Epistemological Obstacle* karena peserta didik memiliki pemahaman yang terbatas terhadap penggunaan konsep Persamaan Linear Satu Variabel dalam konteks masalah yang lebih luas (Zain & Salimi, 2025).

Pada validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian, hambatan dapat terjadi apabila peserta didik belum terbiasa memeriksa kebenaran solusi, memberikan alasan matematis, atau memahami bahwa suatu persamaan dapat tidak memiliki penyelesaian. Hambatan ini berkaitan dengan *didactical obstacle* apabila pembelajaran kurang memberikan pengalaman pada soal yang menuntut evaluasi, validasi, dan argumentasi

matemati (Garrido Raad & Rios Delgado, 2024). Dengan demikian, struktur konseptual Persamaan Linear Satu Variabel yang difokuskan pada tiga kelompok konsep utama dapat digunakan sebagai dasar untuk memprediksi *Learning Obstacle* teoretis. Prediksi tersebut selanjutnya menjadi landasan dalam merancang analisis kebutuhan belajar dan lintasan belajar yang sesuai dengan karakteristik pemahaman peserta didik.

2.1.3 *Learning Obstacle*

Guru memainkan peran penting dalam memfasilitasi proses pembelajaran dengan membantu peserta didik membangun pengetahuan yang bermakna melalui interaksi dengan konsep dan pengalaman belajar. Namun, peserta didik sering menghadapi hambatan belajar terutama dalam matematika, yang menghambat pemahaman dan penerapan konsep peserta didik. Menurut Oktavihari & Kertiyani, (2025) ketika seorang pelajar menghadapi hambatan dalam pengalaman belajarnya, bisa saja penyebab terjadinya adalah cara interaksi di kelas, proses pengajaran yang digunakan, sifat pengajaran yang diberikan guru, esensi dari materi pelajaran tersebut, serta pengaruh kebiasaan sebelumnya dan faktor perkembangan individu. Brousseau (dalam Farias & Lima, 2025) menyebutkan bahwa hambatan belajar yang dialami peserta didik dalam proses belajar disebut dengan istilah *Learning Obstacle*

Konsep *Learning Obstacle* pertama kali diperkenalkan oleh Guy Brousseau, (1997) dalam *Theory of Didactical Situations (TDS)*, di mana ia mendefinisikan *Learning Obstacle* sebagai hambatan yang menghalangi peserta didik dalam memahami konsep matematika. Sedangkan hambatan belajar menurut Didi Suryadi (dalam Heriyuni, 2023) didefinisikan sebagai hambatan pengalaman belajar yang timbul dari penerapan desain didaktik dalam proses pembelajaran. Dengan demikian, rancangan pembelajaran yang tidak memperhatikan tahapan berpikir peserta didik juga dapat memperburuk perbedaan pemahaman yang ada. Oleh karena itu, sangat penting bagi guru untuk menilai kompetensi awal peserta didik dan untuk memastikan bahwa strategi pembelajaran yang dirancang mampu menjembatani proses transisi dari pengetahuan sebelumnya menuju pemahaman konsep yang baru (Espinoza Freire *et al.*, 2021). Brousseau (dalam Heriyuni, 2023) membagi hambatan ini ke dalam tiga jenis, yaitu *Ontogenic Obstacle*, *Didactical Obstacle* dan *Epistemological Obstacle*.

- (1) *Ontogenic Obstacle*, hambatan ontogenik muncul dari kurangnya kesiapan mental anak, sering dikaitkan dengan usia yang tidak mencukupi untuk tingkat pembelajaran tertentu (Nopriana *et al.*, 2024). Hambatan ini dapat berkurang dengan perkembangan alami atau diatasi melalui pelatihan bertahap untuk meningkatkan kesiapan mental untuk belajar (Egbe-John & Umukoro, 2025). Selain itu, Hambatan ini sering dikaitkan dengan perkembangan kognitif yang tidak memadai dan kurangnya penguasaan keterampilan prasyarat, seperti operasi dasar matematika, serta rendahnya kepercayaan diri peserta didik (Santosa *et al.*, 2024). Didi Suryadi (dalam Heriyuni, 2023) menjelaskan terdapat tiga macam jenis *Ontogenic Obstacles* diantaranya adalah *Ontogenic Obstacles* bersifat psikologis, instrumental, dan konseptual. Hambatan ontogenik yang bersifat psikologis secara signifikan berdampak pada motivasi dan minat peserta didik dalam belajar. Hambatan ini berasal dari faktor psikologis individu dan desain didaktis yang tersedia pada buku serta cara berfikir peserta didik yang belum masuk karena faktor usia (Stincer Gómez *et al.*, 2021). Seperti, sebuah buku pembelajaran yang tampak tidak menarik atau tidak memiliki tantangan dapat menyebabkan perasaan bosan pada peserta didik, yang pada akhirnya mempengaruhi minat dan pemahaman peserta didik tentang konsep yang diajarkan di kelas. *Ontogenic Obstacle* yang kedua bersifat instrumental dalam pembelajaran mengacu pada tantangan yang dihadapi peserta didik karena ketidaksiapan mereka untuk aspek teknis dari proses pembelajaran, sering mengakibatkan kesalahpahaman atau kekeliruan (Zain & Salimi, 2025). Hambatan ini terlihat ketika peserta didik kesulitan dalam memahami istilah dan konsep dasar yang diperlukan. Dalam pembelajaran persamaan linear satu variabel, hambatan ini dapat menghadirkan tantangan atau kesulitan dalam memahami atau menafsirkan istilah seperti variabel atau koefisien, sehingga menghambat keterlibatan mereka dengan materi (Islamiati & Sumiaty, 2024). Kemudian, yang ketiga yaitu *Ontogenic Obstacle* yang bersifat konseptual yang menyoroti tantangan yang dihadapi peserta didik karena pengalaman belajar mereka sebelumnya, terutama ketika mereka kurang menguasai konsep dasar dan prasyarat pendukung, yang menghambat kemampuan mereka untuk memahami materi baru secara efektif (Santosa *et al.*, 2024). Masalah ini dicontohkan dalam konteks pembelajaran persamaan linear, di mana pengetahuan dasar dalam seperti variabel dan koefisien.

- Kurangnya penguasaan ini dapat menghambat kemampuan mereka untuk memecahkan persamaan linear satu variabel.
- (2) *Epistemological Obstacle*, Hambatan epistemologis dalam pembelajaran mengacu pada tantangan yang dihadapi peserta didik karena pemahaman mereka yang terbatas atau pengetahuan kontekstual tentang suatu konsep, yang menghambat kemampuan mereka untuk menerapkan pengetahuan ini dalam konteks yang berbeda (Fasya *et al.*, 2024). Masalah ini sering diperparah oleh ketergantungan peserta didik pada hafalan-hafalan daripada pemahaman mendalam tentang prinsip-prinsip yang mendasarinya. Dalam pembelajaran persamaan linear satu variabel, keterbatasan ini sering menyebabkan kesulitan dalam pemecahan masalah ketika dihadapkan dengan format pertanyaan non-rutin atau bervariasi (Khairunisa *et al.*, 2024). Misalnya, seorang peserta didik dapat berhasil memecahkan persamaan linear dalam konteks yang akrab tetapi gagal melakukannya ketika masalah disajikan secara berbeda, menunjukkan kurangnya pemahaman konseptual yang lebih dalam dan kemampuan beradaptasi dalam menerapkan pengetahuan mereka.
 - (3) *Didactical Obstacle*, hambatan didaktik dalam pembelajaran mengacu pada tantangan yang muncul dari sistem pengajaran, termasuk metode dan bahan yang digunakan oleh guru, yang dapat menyebabkan kesalahan pemahaman peserta didik dan menghambat pembelajaran. Hambatan ini tidak semata-mata hasil dari tindakan guru tetapi juga berasal dari desain kurikulum dan pendekatan instruksional (Zain & Salimi, 2025). Sejalan dengan Penelitian (Ariansyah *et al.*, 2021) menyoroti bahwa hambatan didaktik dalam mempelajari persamaan linear satu variabel termasuk ketidakmampuan peserta didik untuk membuat model matematika dari masalah cerita, mengklasifikasikan istilah yang sama, dan mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah dengan benar. Tantangan ini berasal dari pendekatan instruksional dan desain kurikulum, yang awalnya tidak mendukung peserta didik secara efektif (Garrido Raad & Rios Delgado, 2024). Dengan demikian, dampak dari penyajian bahan ajar yang tidak berurutan atau bahkan keliru mengakibatkan pada terhambatnya kesinambungan dalam proses berpikir peserta didik

Dalam penelitiannya Dewi *et al.*, (2022) mempertegas bahwa *Learning Obstacle* bukanlah kelemahan individual peserta didik semata, melainkan wajar dan inheren dalam proses belajar. Pendapat ini menekankan bahwa keberadaan *Learning Obstacle* justru

dapat menjadi titik pijak untuk desain pembelajaran, karena melalui hambatan tersebut peserta didik diarahkan untuk merevisi skema berpikirnya. Dalam konteks PLSV, ini berarti bahwa kesalahan peserta didik dalam memindahkan suku atau salah menafsirkan tanda sama dengan bukanlah kegagalan total, melainkan sebagai indikator hambatan epistemologis atau didaktik yang perlu diatasi (Riastuti *et al.*, 2023). Berdasarkan pendapat tersebut, menunjukkan bahwa guru tidak boleh melihat *Learning Obstacle* sebagai masalah yang harus dihindari, tetapi sebagai peluang untuk merancang situasi konflik kognitif yang mendorong peserta didik melakukan refleksi. Dengan demikian, *Learning Obstacle* dapat berfungsi sebagai pemicu konstruksi pengetahuan baru, asalkan guru mampu mengelolanya secara produktif melalui strategi instruksional yang tepat.

Oleh karena itu, *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) menawarkan strategi penting untuk mengatasi hambatan belajar dalam proses pembelajaran. HLT adalah rencana terstruktur yang memprediksi bagaimana pembelajaran dapat dilanjutkan, menggabungkan tujuan pembelajaran, kegiatan, dan proses pembelajaran yang dihipotesiskan (Apriyanti *et al.*, 2019). HLT dikembangkan berdasarkan analisis hambatan belajar, tahap berpikir peserta didik, serta analisis kurikulum, ini berfungsi sebagai panduan bagi guru untuk memprediksi dan mempersiapkan kegiatan pembelajaran yang sesuai yang selaras dengan tahap perkembangan kognitif peserta didik, yang pada akhirnya meningkatkan hasil pembelajaran mereka (Hendrik *et al.*, 2020). Dengan demikian, HLT berpotensi membantu dalam mengatasi tantangan pembelajaran tertentu dengan mengantisipasi potensi hambatan dan mempersiapkan strategi untuk mengatasinya. Dengan mengatasi hambatan ini melalui HLT, guru dapat menciptakan pengalaman belajar yang efektif yang disesuaikan dengan kebutuhan dan karakteristik peserta didik.

Berdasarkan beberapa pendapat tersebut, dapat disimpulkan bahwa *Learning Obstacle* menunjukkan bahwa hambatan belajar terutama dalam materi persamaan linear satu variabel tidak dapat dianggap sebagai kelemahan peserta didik semata, melainkan sebagai fenomena didaktik yang harus dipahami dan dikelola melalui rancangan pembelajaran yang tepat. Hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktik memberikan gambaran menyeluruh tentang sumber hambatan belajar peserta didik, mulai dari kesiapan berpikir yang belum matang hingga cara penyampaian materi yang kurang jelas dan terstruktur. Pemahaman terhadap hambatan belajar ini menjadi landasan penting bagi

penelitian ini dalam merancang *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), karena HLT dapat membantu guru memprediksi respons peserta didik, mengantisipasi hambatan belajar yang terjadi, serta menyusun aktivitas pembelajaran yang sesuai dengan tahap perkembangan berpikir peserta didik. Dengan memanfaatkan *Learning Obstacle* sebagai titik awal analisis, penelitian ini berupaya menghasilkan HLT yang lebih komprehensif, realistis, dan efektif dalam mendukung pembelajaran PLSV, sehingga mampu memperkuat pemahaman konseptual peserta didik dan mencegah terbentuknya hambatan belajar berkelanjutan.

2.1.4 Theory of Didactical Situations (TDS)

Theory of Didactical Situations (TDS) merupakan salah satu teori fundamental dalam pendidikan matematika yang dikembangkan oleh Guy Brousseau pada sekitar tahun 1997. Teori ini berfokus pada bagaimana pengetahuan matematika dapat dikonstruksi oleh peserta didik melalui interaksi dengan situasi yang dirancang secara khusus oleh guru. Dalam perspektif TDS, pembelajaran matematika tidak dipandang sebagai proses transfer pengetahuan dari guru ke peserta didik, melainkan sebagai proses adaptasi aktif peserta didik terhadap suatu lingkungan belajar yang disebut *Milieu* (González & Matute, 2024). Sejalan dengan perkembangan penelitian mutakhir, TDS dipandang sebagai kerangka teoritis yang kuat untuk memahami dinamika interaksi didaktis dalam kelas matematika serta untuk merancang pembelajaran berbasis masalah yang bermakna (Gjone, 2024).

Latar belakang munculnya TDS tidak terlepas dari kritik terhadap pendekatan pembelajaran tradisional yang cenderung bersifat transmisif dan berpusat pada guru. Brousseau mengembangkan teori ini sebagai respons terhadap kebutuhan akan model pembelajaran yang mampu menjelaskan bagaimana peserta didik secara aktif membangun pengetahuan melalui pengalaman belajar yang autentik (Chang, 2020). Secara filosofis, TDS berakar pada aliran konstruktivisme yang menekankan bahwa pengetahuan dibangun oleh individu melalui interaksi dengan lingkungannya (Glorian *et al.*, 2024). Dalam konteks ini, pembelajaran matematika dirancang sedemikian rupa sehingga peserta didik dihadapkan pada situasi problematik yang mendorong mereka untuk mengembangkan strategi, membuat hipotesis, dan menguji pemahamannya sendiri. Hal ini sejalan dengan temuan penelitian terbaru yang menegaskan pentingnya

lingkungan belajar yang menantang untuk mengembangkan pemahaman konseptual peserta didik (Gjone, 2024).

Konsep dasar dalam TDS melibatkan apa yang disebut sebagai sistem didaktik, yaitu interaksi antara tiga komponen utama guru, peserta didik, dan pengetahuan matematika. Ketiga komponen ini tidak berdiri sendiri, melainkan saling berinteraksi dalam suatu situasi pembelajaran yang dirancang secara sengaja (Lima *et al.*, 2019). Dalam sistem ini, peran guru bukan sebagai penyampai informasi semata, tetapi sebagai perancang situasi yang memungkinkan peserta didik berinteraksi langsung dengan pengetahuan melalui *Milieu*. *Milieu* sendiri merupakan segala sesuatu yang berinteraksi dengan peserta didik dalam proses belajar, termasuk masalah, alat, simbol, maupun lingkungan sosial (Batista *et al.*, 2021). Dengan demikian, pembelajaran matematika yang efektif dalam perspektif TDS adalah pembelajaran yang mampu menghadirkan *Milieu* yang menantang dan mendorong peserta didik untuk melakukan eksplorasi secara mandiri.

Salah satu karakteristik penting dari TDS adalah penggunaan masalah non-rutin sebagai sarana utama dalam membangun pengetahuan. Masalah non-rutin tidak memiliki prosedur penyelesaian yang langsung diketahui oleh peserta didik, sehingga memaksa mereka untuk berpikir secara kreatif dan adaptif (Fuadiah, 2021). Dalam konteks ini, peserta didik tidak hanya mengaplikasikan rumus yang telah dipelajari, tetapi juga mengembangkan strategi baru berdasarkan pemahamannya terhadap situasi yang dihadapi. Penelitian terbaru menunjukkan bahwa penggunaan masalah non-rutin dapat meningkatkan kemampuan berpikir tingkat tinggi serta pemahaman konseptual peserta didik dalam matematika (Moya *et al.*, 2024). Oleh karena itu, dalam TDS, masalah bukan sekadar alat evaluasi, melainkan merupakan inti dari proses pembelajaran itu sendiri.

Dalam kerangka TDS, dikenal adanya dua jenis situasi utama, yaitu situasi didaktis dan situasi adidaktis. Situasi didaktis adalah situasi pembelajaran di mana guru secara aktif mengarahkan proses belajar peserta didik, sedangkan situasi adidaktis adalah situasi di mana peserta didik berinteraksi langsung dengan *Milieu* tanpa intervensi langsung dari guru (Övez & Akar, 2018). Konsep penting yang menghubungkan kedua situasi ini adalah *devolution*, yaitu proses pelimpahan tanggung jawab belajar dari guru kepada peserta didik. Dalam proses ini, peserta didik “dipaksa” untuk mengambil alih kendali terhadap pemecahan masalah yang diberikan, sehingga mereka menjadi subjek

aktif dalam pembelajaran (Hersant, 2015). Peran guru dalam konteks ini adalah menciptakan kondisi yang memungkinkan terjadinya situasi adidaktis, sekaligus memastikan bahwa peserta didik tetap berada pada jalur pembelajaran yang diharapkan.

Proses pembelajaran dalam TDS berlangsung melalui empat fase utama, yaitu aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi. Pada fase aksi, peserta didik dihadapkan pada suatu masalah dan mulai mencoba berbagai strategi penyelesaian secara eksploratif. Pada tahap ini, proses berpikir peserta didik masih bersifat intuitif dan berbasis percobaan (Chang, 2020). Selanjutnya, pada fase formulasi, peserta didik mulai mengkomunikasikan ide dan strategi yang telah mereka temukan kepada teman sekelasnya. Proses ini melibatkan diskusi, argumentasi, dan negosiasi makna, yang memungkinkan terjadinya konstruksi pengetahuan secara sosial (Sampaio & Santos, 2022).

Pada fase validasi, peserta didik menguji kebenaran strategi atau hipotesis yang telah mereka buat melalui pembuktian atau argumentasi yang lebih sistematis. Dalam tahap ini, guru mulai mengambil peran sebagai fasilitator yang membantu peserta didik mengidentifikasi kesalahan dan memperbaiki pemahamannya (Ibarra *et al.*, 2024). Terakhir, pada fase institusionalisasi, guru memberikan legitimasi terhadap pengetahuan yang telah dikonstruksi peserta didik dengan mengaitkannya pada konsep matematika formal. Proses ini penting untuk memastikan bahwa pengetahuan yang diperoleh peserta didik tidak hanya bersifat kontekstual, tetapi juga dapat digunakan dalam situasi lain (Proulx, 2025).

Contoh implementasi TDS yang klasik adalah permainan “The Race to 20”, di mana peserta didik secara bergantian menambahkan angka hingga mencapai angka 20. Dalam permainan ini, peserta didik pada awalnya menggunakan strategi coba-coba (fase aksi), kemudian mulai menemukan pola tertentu (fase formulasi), menguji pola tersebut dalam beberapa percobaan (fase validasi), dan akhirnya menyimpulkan strategi optimal untuk memenangkan permainan (fase institusionalisasi). Contoh ini menunjukkan bagaimana pengetahuan matematika dapat dibangun secara bertahap melalui interaksi dengan situasi yang dirancang secara sederhana namun bermakna. Penelitian terbaru juga menunjukkan bahwa penggunaan permainan matematis dapat meningkatkan keterlibatan dan pemahaman peserta didik secara signifikan (Nava *et al.*, 2022).

Peran guru dalam TDS sangat krusial, terutama sebagai perancang situasi didaktis yang mampu memfasilitasi konstruksi pengetahuan peserta didik. Guru harus mampu merancang masalah yang sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik serta mengantisipasi berbagai kemungkinan respons yang muncul (Sampaio & Santos, 2022). Selain itu, guru juga berperan sebagai fasilitator yang mendukung proses diskusi dan refleksi peserta didik, serta sebagai evaluator yang memberikan umpan balik terhadap pemahaman peserta didik (Fuadiah, 2021). Dalam konteks ini, kompetensi guru dalam merancang dan mengelola situasi didaktis menjadi faktor kunci keberhasilan pembelajaran matematika.

Dalam konteks penelitian ini, TDS memiliki relevansi yang sangat kuat dengan desain pembelajaran, khususnya dalam pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)*. HLT merupakan lintasan belajar yang dirancang berdasarkan prediksi terhadap proses berpikir peserta didik, yang sejalan dengan prinsip TDS dalam merancang situasi didaktis. TDS memberikan landasan teoretis bagi pengembangan HLT, terutama dalam hal bagaimana merancang aktivitas pembelajaran yang mampu memfasilitasi konstruksi pengetahuan secara bertahap (Fuadiah, 2017). Selain itu, TDS juga berperan penting dalam mengidentifikasi dan mengatasi *Learning Obstacle*, karena melalui analisis interaksi peserta didik dengan *Milieu*, guru dapat memahami sumber hambatan belajar peserta didik (Sandra *et al.*, 2025).

Dengan demikian, *Theory of Didactical Situations* tidak hanya memberikan kerangka konseptual untuk memahami proses pembelajaran matematika, tetapi juga menyediakan dasar metodologis untuk merancang pembelajaran yang efektif dan bermakna. Dalam penelitian tentang *Hypothetical Learning Trajectory* pada materi Persamaan Linear Satu Variabel, TDS berperan sebagai fondasi teoritis yang memungkinkan peneliti untuk merancang lintasan belajar yang mampu mengantisipasi hambatan belajar serta mendukung perkembangan pemahaman konseptual peserta didik secara optimal.

2.1.5 *Hypothetical Learning Trajectory*

Pembelajaran matematika masih menimbulkan tantangan yang signifikan bagi peserta didik, sering kali mengarah pada perasaan takut dan tidak tertarik. Faktor-faktor yang berkontribusi terhadap fenomena ini termasuk pengetahuan dasar yang tidak

memadai, metode pengajaran yang tidak efektif, dan hambatan psikologis seperti kecemasan matematika (Mohamad & Nasri, 2025). Selain itu, penelitian Asmida *et al.*, (2018) menyoroti bahwa salah satu faktor lainnya adalah peserta didik sering menghafal prosedur matematika tanpa pemahaman bermakna. Masalah ini terjadi karena peserta didik lebih diarahkan untuk mengikuti langkah-langkah penyelesaian soal tanpa benar-benar memahami konsepnya. Pembelajaran seperti ini dapat mengakibatkan peserta didik menghadapi hambatan belajar, karena seharusnya peserta didik berjuang untuk memecahkan masalah yang membutuhkan lebih dari sekadar hafalan.

Hypothetical Learning Trajectory (HLT) yang dirancang dengan baik dapat membantu mengatasi hal ini dengan menyelaraskan kegiatan pembelajaran dengan pemahaman dan pengalaman peserta didik. Oliveira *et al.*, (2025) menjelaskan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) adalah sebuah konsep fundamental yang berfungsi sebagai peta jalan prediktif serta kerangka kerja penting dalam pembelajaran yang membantu guru dalam memprediksi dan menyusun proses pembelajaran. Dengan demikian, dalam merancang kegiatan pembelajaran, seorang guru harus memiliki hipotesis tentang alur pemikiran peserta didik dan mampu mempertimbangkan reaksi peserta didik pada setiap tahap lintasan belajar untuk mencapai tujuan pembelajaran yang ditetapkan.

Simon & Tzur, (2004) mendefinisikan HLT sebagai prediksi guru mengenai cara terbaik untuk mengkarakterisasi sifat reflektif dari rancangan pembelajaran dan pertimbangan hambatan belajar peserta didik di kelas. Maksud dari pendapat ini adalah bahwa HLT bukanlah sekadar rencana pembelajaran biasa, melainkan sebuah dugaan ilmiah yang dibuat oleh guru, ini adalah proses reflektif di mana guru meramalkan bagaimana peserta didik akan berpikir, berinteraksi dengan materi, dan menghadapi berbagai hambatan belajar, serta bagaimana guru dapat menyesuaikan pengajaran mereka secara *real-time* berdasarkan prediksi tersebut. Dengan demikian, HLT menjadi sebuah alat yang membantu guru untuk mengantisipasi alur pemikiran peserta didik dan merancang intervensi yang tepat agar pembelajaran berjalan efektif.

Clements & Sarama, (2024) mendefinisikan *Hypothetical Learning Trajectory* sebagai lintasan perkembangan belajar peserta didik yang dapat diprediksi, terdiri dari tahap perkembangan konseptual, tujuan yang ingin dicapai, serta aktivitas yang memfasilitasi pencapaian tujuan tersebut. Pendapat ini menggaris bawahi bahwa HLT

harus berlandaskan penelitian empiris, misalnya melalui tes diagnostik, wawancara, atau analisis hambatan belajar peserta didik. Sejalan dengan pendapat tersebut, (Van Der Steen *et al.*, 2019) dalam penelitiannya menyoroti pentingnya penelitian empiris dalam mengidentifikasi lintasan pembelajaran jangka panjang. Hal ini menunjukkan bahwa perbedaan cara guru dan peserta didik berinteraksi dapat memengaruhi proses belajar peserta didik, sehingga pengamatan langsung terhadap interaksi tersebut sangat penting untuk menyusun lintasan pembelajaran yang efektif.

Selain itu, Prahmana, (2017) mendefinisikan HLT sebagai prediksi atau hipotesis mengenai perkembangan proses berpikir dan pemahaman peserta didik selama kegiatan pembelajaran. Definisi ini menggaris bawahi bahwa HLT merupakan hipotesis yang dibuat oleh guru mengenai transformasi atau perkembangan cara berpikir peserta didik selama proses pembelajaran. (Hendrik *et al.*, 2020) menyatakan HLT berfungsi sebagai hipotesis atau dugaan dalam kegiatan pembelajaran yang dirancang oleh guru, yang bertujuan untuk mengembangkan proses berpikir peserta didik yang didasarkan pada pengetahuan mereka yang sudah ada sebelumnya, dengan tujuan akhir untuk mencapai tujuan pembelajaran. Definisi ini menggaris bawahi bahwa HLT merupakan prediksi yang dibuat oleh guru yang berkaitan dengan perkembangan pemahaman peserta didik dan proses berpikir peserta didik selama pembelajaran berlangsung. Hal ini dapat memfasilitasi guru dalam merancang kegiatan pembelajaran yang lebih selaras dan efektif dalam membantu peserta didik untuk mencapai tujuan pembelajaran.

Berdasarkan pendapat-pendapat tersebut, menunjukkan bahwa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) merupakan kerangka prediktif yang bersifat ilmiah dan reflektif, yang dirancang untuk memetakan kemungkinan perkembangan pemahaman dan proses berpikir peserta didik selama pembelajaran berlangsung. Konsep ini tidak hanya menekankan pentingnya tujuan pembelajaran dan aktivitas yang relevan tetapi juga mengharuskan guru untuk mengantisipasi strategi, respon, dan hambatan yang akan dialami peserta didik. Para ahli sepakat bahwa perumusan HLT harus didasarkan pada data empiris seperti tes diagnostik, wawancara, analisis fenomenologis didaktik, dan identifikasi hambatan belajar yang membantu guru untuk memahami hambatan ontogenetik, epistemologis, dan didaktik yang mempengaruhi proses pembelajaran. Dengan demikian, HLT berfungsi sebagai alat konseptual yang membantu guru merancang pembelajaran yang adaptif, terstruktur, dan sesuai dengan perkembangan

berpikir peserta didik, sekaligus memastikan bahwa proses pembelajaran berjalan lebih efektif, kontekstual, dan selaras dengan karakteristik materi serta kebutuhan peserta didik.

Prahmana, (2017) menyatakan HLT memiliki tiga komponen utama yang saling terkait erat, yaitu, Tujuan Pembelajaran (*Learning Goals*) yang mencakup menjelaskan kompetensi atau pemahaman matematika yang spesifik dan diharapkan dicapai oleh peserta didik pada akhir lintasan pembelajaran. Aktivitas Pembelajaran (*Learning Activities*) yang dirancang untuk meningkatkan pemahaman serta untuk memfasilitasi dan mendorong perkembangan pemikiran peserta didik, komponen ini merujuk pada serangkaian tugas, kegiatan, dan intervensi pedagogis yang dibuat dengan cermat secara berurutan dan logis. Antisipasi Proses Pembelajaran (*Hypothetical Learning Process* atau Prediksi Pemikiran Peserta didik) yang berkaitan dengan perkiraan sementara perkembangan proses kognitif dan pemahaman peserta didik saat mereka berkembang dari waktu ke waktu. Prediksi ini memungkinkan guru untuk mengantisipasi kesalahan umum, dan strategi yang dapat dilakukan peserta didik, sehingga guru dapat mempersiapkan untuk merancang intervensi atau pertanyaan yang sesuai untuk membantu peserta didik dalam mengatasi hambatan belajar.

Dalam penelitian ini, perancangan HLT didasarkan pada hasil identifikasi *Learning Obstacle* yang meliputi hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktis. Pendekatan ini menempatkan hambatan belajar sebagai dasar utama dalam menyusun lintasan pembelajaran, sehingga setiap aktivitas yang dirancang memiliki tujuan untuk mengantisipasi dan mengatasi kesulitan yang dialami peserta didik. Dengan demikian, HLT tidak hanya berfungsi sebagai rencana pembelajaran, tetapi juga sebagai strategi didaktis yang responsif terhadap kebutuhan belajar peserta didik. Temuan penelitian terbaru menunjukkan bahwa HLT berbasis *Learning Obstacle* mampu meningkatkan relevansi dan efektivitas pembelajaran matematika (Fitriani *et al.*, 2023).

Selain itu, struktur HLT dalam penelitian ini diimplikasikan dengan DDH yang diintegrasikan dengan *Theory of Didactical Situations (TDS)* yang dikembangkan oleh Guy Brousseau, khususnya melalui empat fase utama, yaitu aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi. Pada fase aksi, aktivitas pembelajaran dirancang untuk mendorong eksplorasi awal peserta didik terhadap masalah; pada fase formulasi, peserta didik mengkomunikasikan ide dan strategi yang mereka temukan; pada fase validasi, peserta

didik menguji kebenaran pemikirannya melalui diskusi dan argumentasi; sedangkan pada fase institusionalisasi, guru membantu mengaitkan hasil konstruksi peserta didik dengan konsep matematika formal (Glorian *et al.*, 2024). Integrasi ini memungkinkan HLT tidak hanya memuat urutan aktivitas, tetapi juga mencerminkan proses berpikir matematis peserta didik secara sistematis dan terarah.

2.1.6 Teori Pendukung

2.1.6.1 Teori APOS

Teori APOS merupakan teori konstruktivis dalam pendidikan matematika yang menjelaskan bahwa pemahaman konsep matematika dibangun melalui tahapan mental yang terdiri atas *Action*, *Process*, *Object*, dan *Schema* (Rachmawati & Siswono, 2020). Teori ini memandang bahwa pengetahuan matematika tidak diterima secara pasif oleh peserta didik, tetapi dibangun melalui aktivitas mental yang berkembang secara bertahap dari tindakan prosedural menuju pemahaman yang lebih abstrak dan terstruktur (Rahayu *et al.*, 2025). Dengan demikian, Teori APOS digunakan untuk menjelaskan proses konstruksi pemahaman peserta didik terhadap konsep matematika, termasuk konsep aljabar.

Teori APOS relevan digunakan dalam penelitian ini karena Persamaan Linear Satu Variabel tidak hanya dipahami sebagai prosedur mencari nilai variabel, tetapi juga melibatkan pemahaman terhadap struktur kesetaraan, pemodelan masalah kontekstual, serta validasi solusi (Andriani *et al.*, 2024). Melalui APOS, perkembangan konstruksi mental peserta didik dalam memahami konsep tersebut dapat dianalisis secara lebih terarah, sehingga peneliti dapat mengidentifikasi apakah peserta didik masih berada pada tahap tindakan prosedural atau sudah mencapai pemahaman konseptual yang lebih utuh (Rahayu *et al.*, 2025).

Tahap *Action* dalam Teori APOS terjadi ketika peserta didik melakukan aktivitas matematika berdasarkan instruksi, contoh, atau prosedur yang diberikan. Pada tahap ini, peserta didik masih bergantung pada arahan eksternal dan belum memahami alasan matematis dari langkah yang dilakukan (Mariyati, 2023). Dalam konteks Persamaan Linear Satu Variabel, kondisi ini terlihat ketika peserta didik mengikuti prosedur penyelesaian seperti “pindah ruas” tanpa memahami makna operasi yang digunakan (Borji *et al.*, 2020). Tahap *Process* terjadi ketika peserta didik mulai memahami prosedur

matematika sebagai suatu proses yang berkesinambungan, bukan sekadar langkah terpisah (Langi *et al.*, 2025). Pada tahap ini, peserta didik mulai memahami konsep kesetaraan dan operasi ekuivalen pada kedua ruas dalam Persamaan Linear Satu Variabel (Masitoh *et al.*, 2025). Pemahaman ini menunjukkan bahwa peserta didik mulai mampu menjelaskan alasan di balik setiap langkah penyelesaian yang dilakukan (Rahayu *et al.*, 2025).

Tahap Object terjadi ketika peserta didik mulai memandang persamaan atau solusi sebagai objek matematika yang dapat dianalisis dan diuji (Puspitasari *et al.*, 2021). Pada tahap ini, peserta didik tidak hanya menyelesaikan persamaan, tetapi juga memahami bahwa solusi merupakan nilai yang memenuhi suatu persamaan dan dapat diverifikasi melalui substitusi atau penalaran matematis (Rachmawati & Siswono, 2020). Tahap Schema terjadi ketika peserta didik mampu mengintegrasikan berbagai konsep yang telah dipelajari, seperti penyelesaian persamaan, pemodelan kontekstual, dan validasi solusi, ke dalam satu struktur pemahaman yang utuh (Oktaç *et al.*, 2019). Pada tahap ini, peserta didik dapat menggunakan konsep Persamaan Linear Satu Variabel secara fleksibel dalam berbagai situasi dan tidak lagi bergantung pada satu jenis prosedur saja (Morkle & Ali, 2024).

Dalam penelitian ini, penerapan Teori APOS pada materi Persamaan Linear Satu Variabel difokuskan pada tiga kelompok konsep utama. Kelompok konsep pertama adalah struktur penyelesaian Persamaan Linear Satu Variabel berbasis kesetaraan. Kelompok ini mencakup pemahaman terhadap bentuk persamaan, variabel, bentuk aljabar, sifat distributif, tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan, operasi ekuivalen pada kedua ruas, dan penyelesaian persamaan, tetapi konsep-konsep tersebut tidak diposisikan sebagai bagian yang berdiri sendiri (Nurajijah *et al.*, 2023). Pada kelompok konsep ini, peserta didik dapat bergerak dari tahap *Action* menuju *Process* dan *Object*. Pada tahap *Action*, peserta didik mungkin hanya mengikuti prosedur penyelesaian. Pada tahap *Process*, peserta didik mulai memahami proses mempertahankan kesetaraan dua ruas. Pada tahap *Object*, peserta didik mulai memandang persamaan dan penyelesaiannya sebagai objek matematika yang dapat dianalisis (Morkle & Ali, 2024).

Kelompok konsep kedua adalah pemodelan masalah kontekstual ke bentuk Persamaan Linear Satu Variabel. Kelompok ini berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam menghubungkan informasi verbal, variabel, hubungan antar kuantitas, dan

bentuk persamaan. Pemodelan masalah kontekstual tidak hanya menuntut kemampuan melakukan operasi hitung, tetapi juga menuntut kemampuan mengintegrasikan konteks masalah ke dalam representasi aljabar formal (Sari *et al.*, 2024). Dalam Teori APOS, pemodelan masalah kontekstual berkaitan dengan tahap *Schema* karena peserta didik perlu mengorganisasikan berbagai pemahaman sebelumnya untuk membentuk model matematika dan menafsirkan hasil penyelesaian. Strategi aritmetika informal dapat menunjukkan bahwa peserta didik memahami hubungan kuantitatif, tetapi strategi tersebut belum tentu menunjukkan bahwa peserta didik telah mampu membentuk model aljabar formal berbentuk Persamaan Linear Satu Variabel (Fitria, 2022).

Kelompok konsep ketiga adalah validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian. Kelompok ini berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam memeriksa kebenaran solusi, melakukan substitusi, memberikan alasan matematis, serta menentukan apakah suatu persamaan memiliki penyelesaian atau tidak (Suwanto *et al.*, 2017). Dalam Teori APOS, konsep ini berkaitan dengan tahap *Object* menuju *Schema* karena peserta didik perlu memandang solusi sebagai objek matematika yang dapat diuji, kemudian mengintegrasikan proses penyelesaian, penalaran, dan argumentasi matematis dalam membuat kesimpulan (Şefik *et al.*, 2021). Dengan demikian, validasi solusi tidak hanya dipahami sebagai kegiatan memeriksa jawaban, tetapi juga sebagai bagian dari pembentukan pemahaman aljabar yang lebih utuh.

Tabel 2.1 Keterkaitan Tiga Kelompok Konsep PLSV dengan Teori APOS

Kelompok Konsep PLSV	Tahap APOS yang Dominan	Makna Konstruksi Mental	Implikasi terhadap <i>Learning Obstacle</i>
Struktur penyelesaian PLSV berbasis kesetaraan	<i>Action</i> menuju <i>Process</i> dan <i>Object</i>	Peserta didik bergerak dari tindakan mengikuti prosedur penyelesaian menuju pemahaman terhadap proses mempertahankan kesetaraan dua ruas, kemudian mulai memandang persamaan dan penyelesaiannya sebagai objek matematika yang dapat dianalisis.	Hambatan dapat muncul apabila peserta didik hanya meniru prosedur, belum memahami operasi ekuivalen pada kedua ruas, atau belum memandang persamaan sebagai relasi kesetaraan.
Pemodelan masalah	<i>Schema</i>	Peserta didik mengintegrasikan informasi verbal, variabel, hubungan	Hambatan dapat muncul apabila peserta didik masih

kontekstual ke bentuk PLSV		antar kuantitas, bentuk persamaan, penyelesaian, dan interpretasi hasil dalam satu struktur pemahaman.	menggunakan strategi aritmetika informal dan belum mampu membentuk model aljabar formal berbentuk PLSV.
Validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian	<i>Object</i> menuju <i>Schema</i>	Peserta didik memandang solusi sebagai objek matematika yang dapat diuji, kemudian mengintegrasikan penyelesaian, substitusi, penalaran, dan argumentasi matematis untuk menentukan kebenaran solusi atau kondisi tanpa penyelesaian.	Hambatan dapat muncul apabila peserta didik belum mampu memeriksa kebenaran solusi, belum memahami persamaan tanpa penyelesaian, atau belum dapat memberikan alasan matematis.

Berdasarkan Tabel 2.1, Teori APOS dalam penelitian ini digunakan sebagai teori pendukung untuk memahami perkembangan konstruksi mental peserta didik pada tiga kelompok konsep utama Persamaan Linear Satu Variabel. APOS digunakan untuk membantu peneliti membaca dan menafsirkan bagaimana pemahaman peserta didik berkembang dari tindakan prosedural menuju pemahaman yang lebih terorganisasi (Firdaus, 2023). Dengan demikian, keterkaitan APOS dengan materi Persamaan Linear Satu Variabel tetap dibatasi pada konsep yang menjadi fokus penelitian, yaitu struktur penyelesaian berbasis kesetaraan, pemodelan masalah kontekstual, serta validasi solusi dan persamaan tanpa penyelesaian.

Teori APOS juga dapat digunakan untuk memahami kemungkinan munculnya *Learning Obstacle* pada materi Persamaan Linear Satu Variabel. Pada tahap Action, hambatan muncul ketika peserta didik hanya mengikuti prosedur tanpa memahami makna konsep (Purwasih *et al.*, 2025). Pada tahap Process, hambatan terjadi ketika peserta didik belum memahami prinsip kesetaraan dan operasi ekuivalen (Rita *et al.*, 2021). Pada tahap Object, hambatan muncul ketika peserta didik belum mampu memandang persamaan sebagai objek matematika (Serina *et al.*, 2022). Pada tahap Schema, hambatan terjadi ketika peserta didik belum mampu mengintegrasikan seluruh konsep secara utuh (Nisa *et al.*, 2024).

Selain berkaitan dengan *Learning Obstacle*, Teori APOS juga memberikan dasar teoretis dalam penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory*. HLT pada materi

Persamaan Linear Satu Variabel perlu disusun dengan mempertimbangkan perkembangan konstruksi mental peserta didik dari pemahaman prosedural menuju pemahaman konseptual dan integratif (Putra *et al.*, 2023). Dalam konteks ini, APOS berperan dalam memetakan tahapan perkembangan berpikir peserta didik, sedangkan Theory of Didactical Situations (TDS) berperan dalam mengonstruksi situasi pembelajaran yang memungkinkan transisi antar tahap tersebut terjadi secara bertahap. Dengan demikian, APOS menjadi dasar analisis perkembangan kognitif, sedangkan TDS menjadi kerangka untuk merancang aktivitas pembelajaran yang sesuai dengan perkembangan tersebut dalam HLT.

Dalam konteks penelitian ini, APOS membantu peneliti mempertimbangkan bagaimana peserta didik dapat bergerak dari tindakan mengikuti prosedur penyelesaian, menuju pemahaman proses kesetaraan, pemaknaan persamaan dan solusi sebagai objek matematika, hingga kemampuan mengintegrasikan konsep dalam pemodelan kontekstual dan validasi solusi. Dengan demikian, Teori APOS berfungsi sebagai landasan pendukung dalam memahami perkembangan pemahaman peserta didik dan menyusun lintasan belajar yang sesuai dengan kebutuhan belajar pada materi Persamaan Linear Satu Variabel.

2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Beberapa hasil penelitian yang relevan dengan penelitian ini adalah sebagai berikut:

- (1) Penelitian yang dilakukan oleh Raisya *et al.*, (2025) yang berjudul “Desain *Hypothetical Learning Trajectory* Sebagai Alternatif *Learning Obstacle* Pada Materi PLSV” bertujuan untuk mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) sebagai alternatif untuk mengatasi *Learning Obstacle* pada materi Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV). Melalui observasi dan tes diagnostik pada 23 peserta didik kelas VII di SMPN 1 Sariwangi, penelitian tersebut mengidentifikasi empat hambatan belajar utama, yaitu kesulitan memahami variabel sebagai representasi angka, kesulitan mengubah soal cerita ke bentuk persamaan, kurangnya visualisasi konsep keseimbangan, serta pembelajaran yang terlalu prosedural. Berdasarkan temuan tersebut, Raisya *et al.*, (2025) menyusun rancangan HLT yang terdiri dari tahap *real-world situation*, *model of*, *model for*, hingga *abstract*, sebagai panduan konseptual untuk

memfasilitasi perkembangan pemahaman peserta didik terhadap PLSV. Jika dibandingkan dengan penelitian ini, terdapat beberapa persamaan antara lain fokus pada materi PLSV, penggunaan tes diagnostik untuk mengidentifikasi hambatan belajar, serta penyusunan HLT yang mencakup tujuan pembelajaran, aktivitas peserta didik, dan prediksi proses berpikir. Namun, terdapat juga perbedaan antara penelitian Raisya *et al.*, (2025) dengan penelitian ini. Secara metodologis, penelitian Raisya *et al.*, (2025) menggunakan *design research* tahap *preliminary design*, sedangkan penelitian ini menggunakan metode kualitatif, sehingga analisis difokuskan pada pemahaman mendalam terhadap hambatan belajar dan penyusunan HLT tanpa melalui tahap uji coba desain. Selain itu, perbedaan dalam proses perancangan HLT. Raisya *et al.*, (2025) merancang HLT hanya berdasarkan *Learning Obstacle*. Berbeda dengan penelitian ini, pada proses perancangan HLT dibangun dari analisis *Learning Obstacle* melalui fenomenologi didaktis dan best practice guru, sehingga menghasilkan HLT yang lebih terstruktur dan mendasar.

- (2) Penelitian yang dilakukan oleh Apriyanti *et al.*, (2019) yang berjudul "The Development of *Hypothetical Learning Trajectory* for Linear Equations with PISA and Scientific Approach Model Consideration". Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan suatu *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada materi persamaan linear dengan mempertimbangkan soal-soal berbasis PISA dan model pendekatan saintifik. Penelitian tersebut berfokus pada bagaimana HLT dapat dirancang dan direvisi secara bertahap melalui tiga skema pembelajaran yang melibatkan pretest-posttest, observasi proses belajar, serta analisis respons peserta didik terhadap tugas-tugas berbasis konteks. Tujuan utama penelitian tersebut adalah memperoleh HLT final yang efektif dalam memfasilitasi pemahaman peserta didik melalui pemberian *scaffolding* yang sistematis, sehingga peserta didik mampu mengatasi berbagai hambatan dalam memahami persamaan linear, termasuk kesulitan menerjemahkan masalah ke model matematika dan keterbatasan teknik penyelesaian. Jika dibandingkan dengan penelitian ini, terdapat beberapa persamaan, keduanya sama berfokus pada pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* sebagai kerangka untuk memahami dan memfasilitasi proses pembelajaran matematika. Selain itu, kedua

penelitian memprioritaskan pemahaman konseptual peserta didik dan mencoba mengidentifikasi hambatan belajar yang muncul dalam proses penyelesaian masalah matematika. Namun demikian, terdapat perbedaan antara penelitian Apriyanti *et al.*, (2019) dengan penelitian ini, berada pada penggunaan metodologi penelitian. Apriyanti *et al.*, (2019) menggunakan metodologi *Design Research* dengan tahapan implementasi pembelajaran (Learning I, II, dan III), sehingga HLT dikembangkan melalui proses desain, implementasi, revisi secara langsung di kelas. Sementara itu, penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif tanpa melakukan uji coba desain, sehingga fokus penelitian berada pada analisis mendalam mengenai hambatan belajar peserta didik dan penyusunan HLT secara konseptual, bukan implementasinya.

- (3) Penelitian yang dilakukan oleh Rohimah, (2017) yang berjudul “Analisis *Learning Obstacles* pada Materi Persamaan Dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel” Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi jenis-jenis hambatan belajar yang dilakukan peserta didik saat menyelesaikan soal PLSV serta menganalisis penyebab kesalahan tersebut berdasarkan indikator tertentu, seperti kesalahan konsep, kesalahan prosedur, dan kesalahan perhitungan. Tujuan utama penelitian tersebut terfokus pada *diagnostic study*, yaitu memetakan bentuk hambatan belajar peserta didik sebagai dasar untuk perbaikan pembelajaran. Sementara itu, penelitian ini berbeda secara fundamental karena berfokus pada pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)* sebagai desain pembelajaran yang memprediksi lintasan belajar peserta didik dari kondisi awal menuju pemahaman konsep PLSV. Sedangkan persamaan antara penelitian Rohimah, (2017) dan penelitian ini berkaitan dengan pemahaman peserta didik terhadap materi PLSV di tingkat SMP dan keduanya menganalisis kebutuhan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran. Namun, perbedaannya terletak pada orientasi dan keluaran penelitian. Penelitian Rohimah, (2017) menitik beratkan pada analisis kesalahan yang sudah terjadi, sedangkan penelitian ini yaitu untuk merancang langkah-langkah pembelajaran (*learning trajectory*, aktivitas, prediksi respon peserta didik) yang diharapkan dapat mencegah atau meminimalkan hambatan belajar seperti yang ditemukan dalam penelitian terdahulu.

2.3 Kerangka Teoretis

Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) merupakan salah satu konsep dasar dalam pembelajaran aljabar di Sekolah Menengah Pertama. Materi ini tidak hanya menuntut peserta didik untuk menyelesaikan persamaan, tetapi juga memahami struktur konsep yang mendasari proses penyelesaiannya. Struktur konsep PLSV meliputi kalimat terbuka, variabel, koefisien, konstanta, bentuk umum PLSV, makna tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan, kesetaraan dua ruas, sifat distributif, operasi ekuivalen pada kedua ruas, isolasi variabel, himpunan penyelesaian, pemodelan masalah kontekstual, dan pengecekan kebenaran solusi (Sari & Adirakasiwi, 2025). Dengan demikian, pembelajaran PLSV perlu dirancang secara bertahap agar peserta didik dapat membangun pemahaman dari pengenalan simbol menuju pemahaman aljabar yang lebih formal.

Struktur konsep PLSV berkaitan erat dengan perkembangan berpikir aljabar peserta didik (Prihandhika *et al.*, 2020). Pada tahap aritmetis, peserta didik cenderung berfokus pada bilangan konkret dan hasil operasi hitung. Pada tahap simbolik, peserta didik mulai mengenali variabel sebagai lambang bilangan yang belum diketahui. Pada tahap relasional, peserta didik mulai memahami tanda sama dengan sebagai hubungan kesetaraan antara dua ruas. Pada tahap generalisasi, peserta didik diharapkan mampu menggunakan konsep PLSV untuk memodelkan masalah kontekstual, menyelesaikan persamaan, menafsirkan hasil, dan memeriksa kebenaran solusi (Wahyuni *et al.*, 2023). Perkembangan ini sejalan dengan Teori APOS yang menjelaskan konstruksi pemahaman matematika melalui tahapan Action, Process, Object, dan Schema, sehingga peserta didik bergerak dari tindakan prosedural menuju pemahaman konseptual yang lebih terstruktur (Arnawa *et al.*, 2021).

Konsep yang harus dikuasai peserta didik dalam materi PLSV tidak hanya terbatas pada langkah penyelesaian persamaan. Peserta didik perlu memahami variabel sebagai representasi bilangan yang belum diketahui, tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan, hubungan antar ruas, serta alasan matematis dari penggunaan operasi ekuivalen pada kedua ruas (Ramdhani, 2016). Selain itu, peserta didik juga perlu memahami isolasi variabel, makna himpunan penyelesaian, pemodelan masalah kontekstual, dan validasi solusi melalui substitusi atau penalaran aljabar (Puspitasari *et*

al., 2021). Penguasaan konsep tersebut penting agar peserta didik tidak hanya mengikuti prosedur, tetapi juga memahami alasan di balik setiap langkah penyelesaian.

Struktur konsep PLSV dapat digunakan untuk memprediksi *Learning Obstacle* teoretis sebelum pengumpulan data dilakukan. Hambatan dapat muncul ketika peserta didik belum memahami kalimat terbuka dan variabel, belum membedakan koefisien dan konstanta, atau belum memahami bentuk umum PLSV (Ramli & Prabawanto, 2020). Hambatan juga dapat muncul ketika tanda sama dengan dimaknai hanya sebagai tanda hasil, bukan relasi kesetaraan. Selain itu, kesulitan dapat terjadi pada penggunaan sifat distributif, operasi ekuivalen, isolasi variabel, pemodelan kontekstual, dan pengecekan kebenaran solusi. Hambatan tersebut dapat diklasifikasikan ke dalam *Ontogenic Obstacle*, *Epistemological Obstacle*, dan *Didactical Obstacle* (Proulx, 2025).

Learning Obstacle teoretis tersebut kemudian dikaji melalui data lapangan untuk memperoleh *Learning Obstacle* aktual. *Learning Obstacle* aktual merupakan hambatan yang benar-benar dialami peserta didik dalam pembelajaran PLSV. Data ini diperoleh melalui tes diagnostik, wawancara, observasi, dan catatan lapangan. Tes diagnostik digunakan untuk melihat pola kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal PLSV. Wawancara digunakan untuk menelusuri alasan dan strategi yang digunakan peserta didik. Observasi dan catatan lapangan digunakan untuk memperkuat interpretasi terhadap respons peserta didik selama proses pengumpulan data. Dengan demikian, *Learning Obstacle* aktual menjadi temuan empiris utama dalam penelitian ini dan menjadi dasar dalam penyusunan HLT.

Learning Obstacle aktual yang ditemukan kemudian dianalisis untuk merumuskan kebutuhan belajar peserta didik (Rahayu *et al.*, 2025). Apabila peserta didik belum memahami variabel, maka kebutuhan belajarnya adalah memahami variabel sebagai representasi bilangan yang belum diketahui. Apabila tanda sama dengan dimaknai sebagai tanda hasil, maka kebutuhan belajarnya adalah memahami tanda sama dengan sebagai relasi kesetaraan dua ruas. Apabila peserta didik menggunakan aturan pindah ruas secara mekanistik, maka diperlukan pemahaman operasi ekuivalen pada kedua ruas. Apabila peserta didik kesulitan dalam pemodelan, maka kebutuhan belajarnya adalah menghubungkan informasi verbal, simbol, dan hubungan antar kuantitas dalam bentuk persamaan. Dengan demikian, kebutuhan belajar disusun

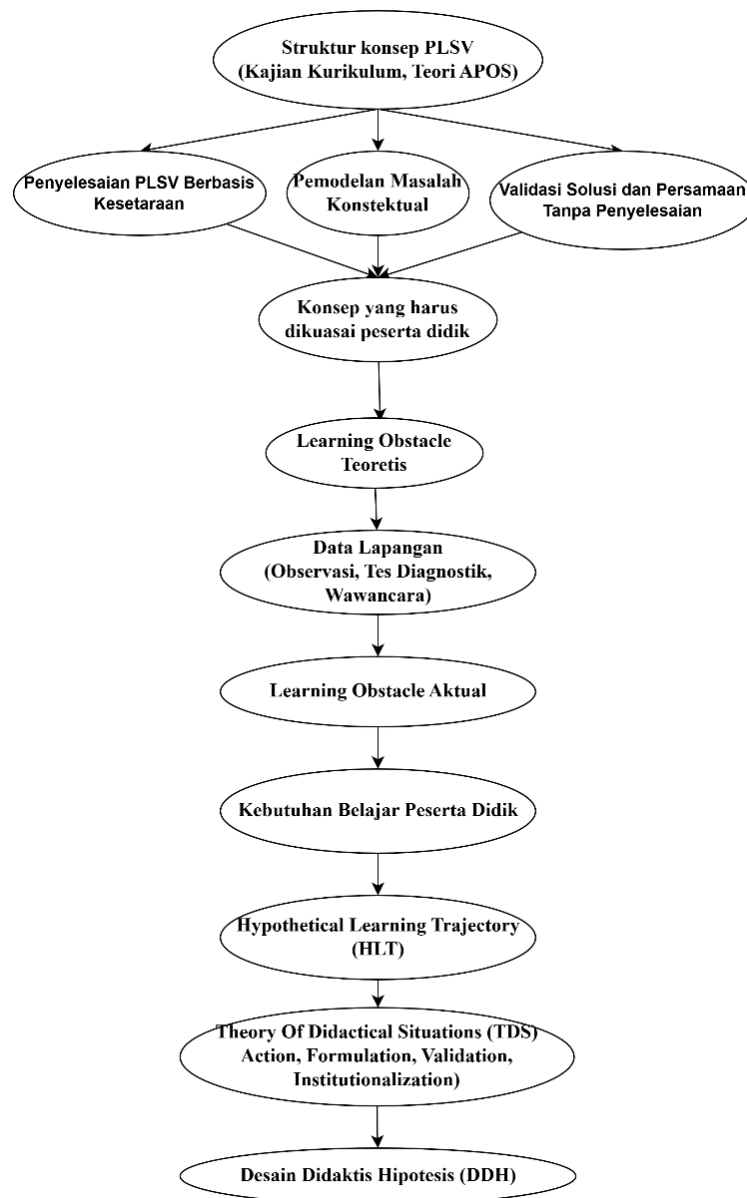
berdasarkan kesenjangan antara konsep yang seharusnya dikuasai dan kondisi pemahaman aktual peserta didik (Gjone, 2024).

Kebutuhan belajar tersebut menjadi dasar dalam penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). HLT merupakan lintasan belajar hipotetis yang memuat tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, serta prediksi proses berpikir peserta didik (Oliveira *et al.*, 2025). Dalam penelitian ini, HLT disusun berdasarkan *Learning Obstacle* aktual dan kebutuhan belajar peserta didik, bukan hanya berdasarkan urutan materi dalam buku teks. HLT pada materi PLSV dirancang untuk membantu peserta didik bergerak dari pemahaman awal tentang kalimat terbuka dan variabel menuju pemahaman formal tentang kesetaraan, operasi ekuivalen, penyelesaian persamaan, pemodelan kontekstual, dan validasi solusi. Dengan demikian, HLT menjadi produk utama kedua dalam penelitian ini setelah *Learning Obstacle* aktual.

Setelah HLT disusun, HLT dikembangkan menjadi Desain Didaktis Hipotetik (DDH) dengan menggunakan prinsip Theory of Didactical Situations (TDS). TDS digunakan sebagai kerangka untuk mengubah lintasan belajar hipotetis menjadi situasi didaktis yang memungkinkan peserta didik membangun pengetahuan melalui interaksi dengan lingkungan belajar (Sandra *et al.*, 2025). Unsur TDS meliputi milieu, devolution, action, formulation, validation, dan institutionalization. Milieu merupakan lingkungan belajar yang memuat masalah, konteks, LKPD, alat bantu, simbol, dan umpan balik. Devolution adalah proses pelimpahan tanggung jawab belajar kepada peserta didik. Action merupakan tahap eksplorasi strategi (Chang, 2020). Formulation adalah tahap penyampaian ide dan representasi. Validation adalah tahap pengujian dan membenaran. Institutionalization adalah tahap penegasan konsep formal oleh guru (Fuadiah, 2021).

Desain Didaktis Hipotesis (DDH) merupakan pengembangan dari HLT melalui prinsip TDS (Faulina *et al.*, 2026). DDH berisi rancangan aktivitas pembelajaran, prediksi respons peserta didik, antisipasi didaktis pedagogis, serta perangkat pembelajaran seperti modul ajar, bahan ajar, dan LKPD. DDH disusun untuk mengantisipasi *Learning Obstacle* aktual yang telah ditemukan, sehingga pembelajaran tidak hanya mengikuti urutan materi secara prosedural. DDH juga membantu guru dalam menyiapkan tindakan didaktis ketika respons peserta didik berbeda dari prediksi awal (Sandra *et al.*, 2025). Dengan demikian, DDH menjadi produk akhir dalam penelitian ini yang berbasis pada *Learning Obstacle* aktual dan HLT.

Berdasarkan alur tersebut, kerangka teoretis penelitian ini menempatkan struktur konsep PLSV sebagai dasar untuk memprediksi *Learning Obstacle* teoretis. *Learning Obstacle* teoretis kemudian diuji untuk memperoleh *Learning Obstacle* aktual. *Learning Obstacle* aktual dianalisis untuk merumuskan kebutuhan belajar peserta didik. Kebutuhan belajar menjadi dasar penyusunan HLT, dan HLT dikembangkan menjadi DDH melalui prinsip TDS. Kerangka teoretis penelitian ini disajikan secara ringkas pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.1 Kerangka Teoretis

2.4 Fokus Penelitian

Fokus penelitian berfungsi sebagai batasan masalah dalam penelitian kualitatif. Fokus penelitian ini bertujuan untuk mengarahkan peneliti sehingga dalam pengumpulan data fokus pada bidang yang sudah ditentukan dalam rumusan masalah dan tujuan penelitian agar tidak meluas. Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka masalah pokok yang menjadi fokus dalam penelitian ini adalah mengidentifikasi *Learning Obstacle* aktual peserta didik pada materi Persamaan Linear Satu Variabel, menyusun *Hypothetical Learning Trajectory* berdasarkan *Learning Obstacle* aktual tersebut, dan mengembangkan Desain Didaktis Hipotesis menggunakan prinsip *Theory of Didactical Situations*. Dengan demikian, HLT dalam penelitian ini berfungsi sebagai fondasi dalam merancang DDH yang bermakna dan berorientasi pada proses berpikir peserta didik, yang berfungsi sebagai prediksi lintasan berpikir peserta didik yang akan membantu guru untuk memandu pembelajaran