

BAB 2

LANDASAN TEORETIS

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Desain Pembelajaran

Desain pembelajaran merupakan suatu pendekatan yang dirancang secara sistematis untuk merencanakan, mengembangkan, dan mengelola aktivitas pembelajaran guna mencapai tujuan instruksional tertentu (Reigeluth, 2013). Dalam hakikatnya, desain pembelajaran tidak hanya dilihat sebagai aktivitas teknis, melainkan sebagai suatu struktur konseptual yang mencerminkan keterpaduan antara teori belajar, strategi penyampaian materi, dan pengelolaan pembelajaran. Esensi dari desain pembelajaran adalah menciptakan kerangka kerja yang logis dan terstruktur agar proses pembelajaran berlangsung secara efisien, efektif, dan adaptif. Dengan kata lain, desain pembelajaran merepresentasikan upaya manusia dalam merekayasa pengalaman belajar agar sesuai dengan karakteristik peserta didik, tujuan pembelajaran, dan kondisi lingkungan belajar. Keberadaan desain ini menjadi fondasi bagi pelaksanaan kegiatan belajar mengajar, karena di dalamnya terkandung prinsip-prinsip pedagogis dan asumsi-asumsi filosofis mengenai bagaimana belajar seharusnya berlangsung.

Selanjutnya menurut Handayani *et al.*, (2022) desain pembelajaran merupakan suatu aktivitas dalam merancang dan mengembangkan produk untuk menunjang proses pembelajaran agar menjadi terarah serta dipahami oleh peserta didik. Produk yang dimaksud dapat berupa modul, media, strategi, hingga evaluasi pembelajaran yang dirancang untuk mendukung ketercapaian tujuan instruksional secara lebih terstruktur. Esensi dari aktivitas ini adalah menciptakan rancangan pembelajaran yang tidak hanya sekadar menyampaikan materi, tetapi juga memastikan bahwa pembelajaran dapat berlangsung dengan arah yang jelas, serta mudah dipahami oleh peserta didik. Dalam konteks ini, desain pembelajaran berfungsi sebagai alat bantu konseptual bagi pendidik dalam mengelola pembelajaran agar lebih fokus, terorganisasi, dan relevan dengan kebutuhan peserta didik. Desain tersebut lahir dari kesadaran bahwa pembelajaran yang efektif tidak terjadi secara kebetulan, melainkan hasil dari proses perencanaan yang matang. Oleh karena itu, secara hakiki, desain pembelajaran menjadi fondasi penting yang menentukan kualitas suatu proses belajar mengajar, karena dari sinilah ditentukan

bagaimana isi, metode, dan evaluasi dirancang secara terpadu untuk mencapai pemahaman yang optimal.

Arti dari desain pembelajaran mencakup rangkaian sebuah tindakan dalam merencanakan, mengembangkan, mengimplementasikan, bahkan menciptakan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan tertentu (Putrawangsa, 2019). Desain ini tidak hanya terbatas pada aspek perencanaan dan pengembangan, tetapi juga mencakup proses implementasi dan penciptaan aktivitas pembelajaran yang terstruktur. Hakikat dari desain pembelajaran, menurut pandangan ini, terletak pada fungsi strategisnya dalam mengarahkan pengalaman belajar agar berjalan secara sistematis menuju pencapaian tujuan instruksional yang telah ditetapkan. Dengan kata lain, desain pembelajaran adalah bentuk konkret dari pemikiran pedagogis yang diterjemahkan ke dalam tindakan nyata di kelas, melalui penyusunan materi, pemilihan metode, serta pengorganisasian interaksi antara guru dan peserta didik. Tindakan-tindakan tersebut menunjukkan bahwa desain pembelajaran bukanlah entitas statis, melainkan proses dinamis yang menyesuaikan diri dengan konteks, kebutuhan, dan karakteristik peserta didik. Oleh karena itu, diperlukan upaya dalam mengembangkan atau merancang pembelajaran yang mampu menciptakan proses pembelajaran berkualitas sesuai dengan tujuan yang diinginkan. Salah satu pendekatan penelitian yang mendukung dalam merancang suatu pembelajaran adalah *design research*.

Menurut Prahmana (2017) *design research* merupakan suatu metode yang berorientasi pada pengembangan solusi atas permasalahan kompleks yang muncul dalam konteks praktik pendidikan. *Design research* dipandang sebagai suatu metode penelitian yang tidak hanya bertujuan untuk menghasilkan pengetahuan teoretis, tetapi juga menciptakan intervensi yang aplikatif dan relevan dengan situasi nyata di lapangan. Metode ini didasarkan pada asumsi bahwa pembelajaran merupakan suatu sistem yang dinamis dan penuh tantangan, sehingga dibutuhkan strategi pengembangan yang mampu menyesuaikan diri terhadap berbagai kondisi dan kebutuhan peserta didik. Oleh karena itu, hakikat *design research* adalah menggabungkan antara proses eksplorasi teori dengan uji coba praktik secara berulang-ulang, guna menemukan solusi yang efektif sekaligus valid secara ilmiah. Dalam konteks pendidikan, metode ini tidak hanya mengedepankan hasil akhir berupa produk atau desain pembelajaran, tetapi juga

menekankan pentingnya proses reflektif dan kolaboratif antara peneliti, pendidik, dan peserta didik.

Sejalan dengan pendapat Putrawangsa (2019) desain pembelajaran adalah proses yang mencakup perancangan intervensi pendidikan secara terstruktur, meliputi tahap desain, pengembangan, dan evaluasi. Proses ini melibatkan serangkaian tahap yang saling berkaitan, mulai dari perancangan awal (desain), pengembangan perangkat atau strategi pembelajaran, hingga evaluasi efektivitasnya dalam konteks nyata. Hakikat dari desain pembelajaran bukan hanya sebatas menyusun rencana pengajaran, melainkan membangun suatu sistem pembelajaran yang dirancang untuk memberikan pengalaman belajar yang bermakna dan sesuai dengan kebutuhan peserta didik. Setiap tahap dalam proses ini merepresentasikan bentuk intervensi pendidikan yang didasarkan pada prinsip-prinsip pedagogis serta hasil kajian empiris. Oleh karena itu, desain pembelajaran harus disusun dengan mempertimbangkan berbagai aspek, seperti tujuan instruksional, karakteristik peserta didik, lingkungan belajar, serta media dan teknologi yang digunakan. Fokus utamanya adalah untuk meningkatkan mutu pelaksanaan dan program dalam dunia pendidikan.

Prahmana (2017) menyatakan bahwa penelitian desain memiliki dua aspek penting, yaitu *Hypothetical Learning Trajectory* dan *Learning Trajectory*. *Hypothetical Learning Trajectory* merupakan lintasan pembelajaran yang dirancang oleh peneliti sebelum pembelajaran dilaksanakan, yang berisi tujuan pembelajaran, aktivitas yang dirancang, serta prediksi respon peserta didik. Sementara itu, *Learning Trajectory* merupakan lintasan pembelajaran aktual yang terjadi di kelas berdasarkan pengamatan terhadap proses belajar peserta didik. Kedua aspek ini saling berkaitan dan menjadi acuan dalam mengembangkan serta merevisi desain pembelajaran selama proses penelitian berlangsung. *Hypothetical Learning Trajectory* digunakan sebagai panduan awal, sedangkan *Learning Trajectory* membantu dalam mengevaluasi dan menyempurnakan desain berdasarkan data empiris. Dengan demikian, penelitian desain tidak hanya fokus pada hasil akhir, tetapi juga memperhatikan proses perkembangan belajar secara bertahap. Pendekatan ini memungkinkan peneliti memahami bagaimana peserta didik membangun pemahaman melalui aktivitas yang dirancang. Maka dari itu, *Hypothetical Learning Trajectory* dan *Learning Trajectory* menjadi inti dari proses reflektif dan iteratif dalam penelitian desain.

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan bahwa desain pembelajaran merupakan suatu pendekatan sistematis yang dirancang untuk mengintegrasikan teori belajar, strategi penyampaian, dan pengelolaan pembelajaran guna menciptakan proses belajar yang terstruktur dan adaptif. Selanjutnya, desain pembelajaran juga dipahami sebagai aktivitas dalam merancang produk-produk pembelajaran seperti media, modul, dan strategi yang bertujuan untuk membantu peserta didik memahami materi secara lebih terarah dan terorganisasi. Desain pembelajaran mencakup rangkaian tindakan mulai dari perencanaan, pengembangan, implementasi hingga penciptaan kegiatan belajar yang strategis dan sesuai dengan karakteristik peserta didik. Dalam konteks penelitian pendidikan, desain pembelajaran juga dapat dikembangkan melalui metode *design research* yang berorientasi pada penciptaan solusi terhadap masalah nyata di lapangan, dengan menggabungkan eksplorasi teori dan praktik secara berulang dan reflektif. Desain pembelajaran juga merupakan proses terstruktur yang terdiri atas tahapan desain, pengembangan, dan evaluasi, yang seluruhnya bertujuan menciptakan pengalaman belajar yang bermakna dan kontekstual. Selain itu, dalam pendekatan *design research*, menambahkan pentingnya peran *Hypothetical Learning Trajectory* dan *Learning Trajectory* sebagai alat dalam merancang dan mengevaluasi lintasan belajar yang disesuaikan dengan respon peserta didik. Oleh karena itu, desain pembelajaran tidak hanya dimaknai sebagai proses teknis, melainkan sebagai proses konseptual dan reflektif yang melibatkan perencanaan matang, pengembangan materi, pelaksanaan yang terarah, serta evaluasi berkelanjutan, demi terciptanya pembelajaran yang efektif, efisien, dan relevan dengan kebutuhan peserta didik dan kondisi kelas.

Gravemeijer & Cobb (dalam Marta Towe, 2023) membagi beberapa tahapan *design research* menjadi tiga fase utama, yaitu: *preparing for the experiment* (persiapan desain), *design experiment* (percobaan desain), dan *retrospective analysis* (analisis retrospektif):

1. *Preparing for the Experiment*

Tujuan utama dari fase ini adalah mengembangkan serangkaian kegiatan pembelajaran dan merancang instrumen evaluasi untuk mengukur proses pembelajaran. Pada tahap ini, akan dibuat *Hypothetical Learning Trajectory* yang mencakup beragam aktivitas pembelajaran yang dirancang untuk memproyeksikan bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa dapat berkembang ketika kegiatan instruksional diimplementasikan di

dalam kelas. Sebelum *Hypothetical Learning Trajectory* terbentuk, peneliti melakukan telaah literatur mendalam terkait materi teorema pythagoras, sekaligus menganalisis pengalaman pendidik dalam mengajar materi tersebut.

2. *Design Experiment*

Pada tahap kedua ini, peneliti melakukan uji coba terhadap kegiatan pembelajaran yang telah dirancang pada tahap pertama. Sesuai dengan konsep yang diutarakan oleh Gravemeijer & Cobb (2006) eksperimen desain memiliki tujuan untuk menguji serta meningkatkan teori pembelajaran lokal yang telah dikembangkan pada fase awal, sekaligus memperdalam pemahaman terkait desain tersebut. Menurut Prahmana (2017) mengemukakan bahwa, tahapan percobaan desain dibagi menjadi dua siklus, yaitu percobaan pengajaran (*pilot experiment*) dan percobaan rintisan (*teaching experiment*).

3. *Retrospective Analysis*

Analisis retrospektif dilakukan dengan cara membandingkan *hypothetical learning trajectory* yang disusun pada tahap perancangan awal dengan jalur pembelajaran nyata yang ditempuh oleh peserta didik selama proses berlangsung.

Desain pembelajaran memiliki sejumlah ciri khas yang mencakup berbagai aspek penting yang saling berhubungan dan saling melengkapi. Akrim (2020) menyatakan bahwa karakteristik dari desain pembelajaran meliputi beberapa komponen utama, yaitu:

(1) Desain pembelajaran berorientasi pada peserta didik

Perancangan pembelajaran perlu menekankan pendekatan yang berpusat pada peserta didik, di mana mereka diberikan ruang untuk berkontribusi terhadap isi, aktivitas, materi, serta tahapan pembelajaran. Pendekatan ini menempatkan peserta didik sebagai inti dari proses belajar. Guru berperan dalam memfasilitasi pembelajaran mandiri dan kolaboratif, sekaligus membimbing peserta didik dalam mengembangkan keterampilan penting untuk menunjang performa belajar yang optimal.

(2) Desain pembelajaran diarahkan berlandaskan pada tujuan

Penetapan tujuan pembelajaran yang jelas dan tepat merupakan elemen kunci dalam desain pembelajaran. Tujuan ini menjadi dasar dalam penyusunan materi ajar, strategi, metode, media, hingga sistem evaluasi pembelajaran.

(3) Desain pembelajaran diarahkan untuk meningkatkan performa peserta didik

Tujuan utama dari desain pembelajaran adalah menciptakan peningkatan dan penyempurnaan dalam kualitas pembelajaran. Peningkatan tersebut diharapkan mampu memberikan manfaat secara luas dan relevan terhadap kemampuan peserta didik.

- (4) Desain pembelajaran menghasilkan luaran yang dapat diukur secara valid dan reliabel

Desain pembelajaran harus memungkinkan hasil belajar dapat dievaluasi dengan instrumen yang sahih dan dapat dipercaya. Misalnya, wawancara dapat digunakan untuk mengetahui tanggapan peserta didik terhadap pelaksanaan pembelajaran, sedangkan tes objektif maupun esai perlu dirancang dengan mempertimbangkan validitas isi dan reliabilitas hasilnya.

- (5) Desain pembelajaran bersifat berbasis data, dapat diulang, dan terbuka terhadap perbaikan

Desain pembelajaran harus memungkinkan hasil belajar dapat dievaluasi dengan instrumen yang sahih dan dapat dipercaya. Misalnya, wawancara dapat digunakan untuk mengetahui tanggapan peserta didik terhadap pelaksanaan pembelajaran, sedangkan tes objektif maupun esai perlu dirancang dengan mempertimbangkan validitas isi dan reliabilitas hasilnya.

- (6) Desain pembelajaran merupakan hasil kerja kolaboratif

Meskipun dapat dilakukan secara individu, sebagian besar desain pembelajaran memerlukan kerja tim yang melibatkan keahlian khusus dalam penyusunan sumber belajar, pemilihan media, pengembangan bahan ajar, serta perencanaan metode. Kompleksitas proyek pembelajaran seringkali menuntut keterlibatan berbagai pihak dengan kompetensi yang saling melengkapi.

2.1.2 *Learning Trajectory*

Learning trajectory adalah urutan sistematis dari langkah-langkah instruksional yang dirancang untuk menggambarkan kemungkinan aktivitas yang dapat dilakukan peserta didik, dengan tujuan untuk mengembangkan kemampuan kognitif mereka sesuai dengan sasaran pembelajaran yang telah ditetapkan (Prahmana 2017). Rangkaian ini berisi langkah-langkah pembelajaran yang tidak hanya dirancang secara berurutan, tetapi juga mempertimbangkan bagaimana peserta didik membangun pemahamannya melalui

aktivitas-aktivitas tertentu. Dengan kata lain, *learning trajectory* menggambarkan lintasan belajar yang memungkinkan guru memprediksi dan mengarahkan proses berpikir siswa dari tahap awal menuju pemahaman yang lebih kompleks. Setiap langkah dalam lintasan tersebut didasarkan pada analisis terhadap kemampuan awal peserta didik dan perkembangan konseptual yang diharapkan terjadi. Oleh karena itu, *learning trajectory* tidak bersifat kaku, melainkan fleksibel dan dapat disesuaikan berdasarkan respons serta dinamika yang muncul di dalam kelas. Dalam konteks pendidikan, keberadaan lintasan belajar ini menjadi penting karena membantu guru merancang strategi pembelajaran yang lebih terarah, bertahap, dan sesuai dengan cara berpikir peserta didik. Hakikatnya, *learning trajectory* merupakan jembatan antara teori belajar dengan praktik pembelajaran yang nyata, yang berfungsi sebagai panduan konseptual dan instruksional dalam proses pengembangan pemahaman matematis atau konsep lainnya secara berkelanjutan.

Clements & Sarama (2020) menyatakan bahwa *learning trajectory* merupakan susunan tujuan pembelajaran dan kegiatan instruksional yang dirancang secara sistematis untuk mendukung peserta didik dalam memperoleh pemahaman yang lebih mendalam pada suatu bidang pengetahuan tertentu. Kerangka ini dibangun berdasarkan asumsi bahwa proses belajar berlangsung secara bertahap dan terstruktur, sehingga diperlukan panduan yang jelas untuk mengarahkan perkembangan kognitif peserta didik secara progresif. Dalam lintasan ini, setiap kegiatan pembelajaran dirancang agar sesuai dengan tahap berpikir peserta didik, memungkinkan mereka membangun pemahaman dari yang sederhana menuju yang lebih kompleks. Dengan adanya *learning trajectory*, proses pembelajaran menjadi lebih terarah karena setiap langkah disusun untuk mendukung pencapaian tujuan yang spesifik dan bermakna. Selain itu, lintasan ini juga membantu guru atau perancang pembelajaran dalam mengantisipasi berbagai kemungkinan respons peserta didik dan menyesuaikan pendekatan yang digunakan. Oleh karena itu, secara hakiki, *learning trajectory* merupakan panduan konseptual dan praktis yang menjembatani teori perkembangan belajar dengan implementasi instruksional di dalam kelas.

Uno dan Mohamad (2021) menjelaskan bahwa terdapat berbagai pendekatan dalam menentukan *learning trajectory* dalam proses pembelajaran. Dengan demikian, lintasan pembelajaran harus dirancang secara fleksibel, memungkinkan guru untuk

memilih pendekatan yang paling sesuai dengan situasi kelas. Pendekatan ini bisa bersifat konseptual, kontekstual, ataupun berbasis aktivitas, tergantung pada strategi yang digunakan dalam mengembangkan pemahaman peserta didik. Keberagaman pendekatan ini menunjukkan bahwa hakikat dari *learning trajectory* adalah sebagai kerangka dinamis yang tidak hanya mengatur urutan kegiatan, tetapi juga membuka ruang bagi inovasi dan penyesuaian terhadap kebutuhan belajar yang nyata.

Rangkuti & Siregar (2019) menyatakan bahwa lintasan pembelajaran merujuk pada rancangan pembelajaran yang mempertimbangkan tahapan berpikir alami yang dimiliki oleh peserta didik. Artinya, setiap peserta didik memiliki cara belajar yang khas dan secara aktif membentuk pengetahuannya secara terus-menerus melalui proses yang berkelanjutan. Hal ini menunjukkan bahwa lintasan pembelajaran tidak hanya ditentukan oleh materi yang akan diajarkan, tetapi juga oleh pola perkembangan kognitif siswa yang bersifat alamiah. Dengan mengenali cara berpikir alami tersebut, guru dapat merancang langkah-langkah pembelajaran yang lebih relevan, bertahap, dan mudah dipahami oleh peserta didik. Lintasan ini bertujuan agar proses belajar tidak berlangsung secara instan, melainkan melalui proses pembentukan makna yang sesuai dengan struktur mental peserta didik.

National Research Council (dalam Sarama *et al.*, 2021) mengemukakan bahwa lintasan pembelajaran adalah urutan pemikiran yang tersusun secara sistematis. *Learning trajectory* dipahami sebagai urutan pemikiran yang tersusun secara sistematis, menggambarkan bagaimana peserta didik membangun pemahaman terhadap suatu konsep melalui tahapan berpikir tertentu. Urutan ini bukan sekadar langkah-langkah pembelajaran, melainkan mencerminkan proses perkembangan kognitif peserta didik yang berjalan secara bertahap dan berkesinambungan. Setiap tahap dalam lintasan ini dirancang berdasarkan logika perkembangan berpikir, dari yang paling sederhana hingga menuju pemahaman yang lebih kompleks. Dengan adanya *learning trajectory*, guru dapat merancang kegiatan pembelajaran yang lebih terarah dan sesuai dengan kemampuan berpikir siswa. Hal ini memungkinkan peserta didik mengikuti alur berpikir yang logis, sehingga proses belajar menjadi lebih efektif dan bermakna. *Learning trajectory* juga membantu guru dalam memetakan kemungkinan respons siswa dan menyesuaikan pendekatan pembelajaran sesuai dengan tahap perkembangan mereka. Oleh karena itu, *learning trajectory* memiliki peran penting dalam menyusun

pembelajaran yang tidak hanya fokus pada hasil akhir, tetapi juga menghargai proses berpikir yang dialami peserta didik.

Menurut Bakker (dalam Sari & Yarman 2021) *learning trajectory* merujuk pada langkah-langkah yang ditempuh siswa dalam membangun pemahaman selama proses pembelajaran. Dengan demikian, *learning trajectory* menjadi cerminan dari jalur belajar yang ditempuh siswa secara alami, namun tetap dapat diarahkan melalui desain instruksional yang tepat. Konsep ini menekankan bahwa belajar merupakan proses aktif yang dibentuk melalui keterlibatan siswa dalam pengalaman belajar yang terstruktur. Melalui pendekatan ini, pembelajaran dapat dirancang agar sesuai dengan alur berpikir siswa, dari pemahaman awal hingga tercapainya penguasaan konsep yang dituju. *Learning trajectory* juga memberi ruang bagi guru untuk mengenali, mengikuti, dan memfasilitasi setiap tahapan berpikir peserta didik secara lebih mendalam. Oleh karena itu, dalam kajian tentang hakikatnya, *learning trajectory* dipandang sebagai fondasi penting dalam memahami bagaimana proses belajar berkembang dari waktu ke waktu melalui langkah-langkah yang konkret dan terarah. Jalur ini mencakup arah tujuan pembelajaran, serangkaian aktivitas yang dirancang, serta dugaan awal terhadap cara berpikir dan pemahaman siswa di sepanjang proses tersebut. Keberadaan lintasan pembelajaran membantu pendidik dalam menilai sejauh mana konsep telah dipahami oleh peserta didik, dengan tetap memperhatikan pola berpikir alami yang dimiliki oleh mereka.

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan bahwa *learning trajectory* merupakan lintasan pembelajaran yang dirancang secara sistematis untuk menggambarkan tahapan berpikir peserta didik dalam membangun pemahaman terhadap suatu konsep. *Trajectory* ini tidak hanya berisi langkah-langkah instruksional, tetapi juga berfungsi sebagai panduan guru dalam mengarahkan proses berpikir siswa dari pemahaman awal menuju penguasaan konsep yang lebih kompleks. Dalam implementasinya, lintasan ini bersifat fleksibel karena dapat disesuaikan dengan pendekatan pembelajaran yang kontekstual, konseptual, atau berbasis aktivitas sesuai dinamika kelas. Selanjutnya, *learning trajectory* mempertimbangkan pola berpikir alami siswa sebagai dasar dalam merancang tahapan pembelajaran, sehingga setiap langkah yang ditempuh menjadi lebih relevan dan mudah dipahami. *National Research Council* juga menggarisbawahi bahwa lintasan pembelajaran mencerminkan perkembangan

kognitif yang bertahap dan berkesinambungan, serta dirancang berdasarkan alur berpikir logis peserta didik. *learning trajectory* merepresentasikan proses belajar yang aktif dan terstruktur, yang dibangun melalui pengalaman belajar yang bermakna dan terarah. Dengan demikian, *learning trajectory* berfungsi sebagai jembatan antara teori belajar dengan praktik pembelajaran, yang membantu guru dalam merancang, memantau, dan mengevaluasi proses pembelajaran secara lebih terencana dan berorientasi pada cara berpikir peserta didik. Lintasan ini menjadi instrumen penting dalam membangun pembelajaran yang tidak hanya berorientasi pada hasil akhir, tetapi juga menghargai proses berpikir sebagai inti dari kegiatan belajar.

Menurut Simon & Tzur (dalam Astuti & Wijaya, 2021) menyebutkan tiga komponen utama dari suatu *learning trajectory*, yaitu tujuan pembelajaran (*learning goals*), aktivitas pembelajaran (*learning activities*), dan hipotesis atau dugaan proses belajar siswa (*hypothetical learning process*). Tujuan pembelajaran yang dimaksud adalah pencapaian pemahaman konsep peserta didik pada indikator materi yang akan disampaikan, khususnya dalam konteks materi teorema pythagoras. Aktivitas belajar yang dimaksud merupakan serangkaian kegiatan yang dilaksanakan peserta didik guna mencapai tujuan pembelajaran. Sementara itu, dugaan proses belajar yang terjadi pada peserta didik mencakup strategi berpikir yang muncul dan berkembang selama pembelajaran, dengan tujuan mencapai pemahaman konsep tersebut.

Learning trajectory memiliki berbagai karakteristik mendasar yang berfungsi sebagai panduan dalam merancang dan melaksanakan proses pembelajaran siswa secara efektif. Pertama, lintasan ini merepresentasikan tahapan perkembangan yang menggambarkan jalur umum yang dilalui siswa dalam membangun pemahaman pada suatu domain pengetahuan, sehingga guru dapat menyelaraskan pengajarannya dengan tingkat perkembangan kognitif peserta didik (Carpenter *et al.*, 2020). Selanjutnya, *learning trajectory* mencakup aktivitas pembelajaran yang dirancang untuk mendorong kemajuan siswa melalui tahapan tersebut secara sistematis dan efektif (Sarama *et al.*, 2021). Selain itu, lintasan pembelajaran bersifat dinamis dan dapat disesuaikan, karena mengakui adanya perbedaan kecepatan belajar pada tiap individu dan perlunya pendekatan yang dipersonalisasi agar setiap siswa dapat mencapai hasil belajar yang optimal (Daro *et al.*, 2020).

2.1.3 Deskripsi Materi Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras merupakan salah satu materi yang esensial dalam kurikulum sekolah menengah pertama. Penting bagi siswa untuk memahami teorema ini karena kontribusinya yang signifikan dalam domain geometri. Berdasarkan kurikulum merdeka, materi Teorema Pythagoras diajarkan kepada peserta didik SMP kelas VIII semester Ganjil. Capaian Pembelajaran (CP) dan Alur Tujuan Pembelajaran (ATP) Matematika fase D (kelas 7-9) mencakup pembuktian dan penerapan teorema Pythagoras serta tripel Pythagoras dalam konteks pembelajaran matematika.

Tabel 2.1 CP dan ATP materi Teorema Pythagoras

A. Capaian Pembelajaran Fase D (kelas 7-9)	
Pada akhir fase D, peserta didik dapat menunjukkan kebenaran teorema pythagoras dapat mengetahui tiga bilangan ukuran panjang segitiga siku-siku, dan dapat menggunakannya dalam kehidupan nyata.	
B. Penurunan Capaian Domain Menjadi Tujuan Pembelajaran Per Domain	
Tujuan Pembelajaran untuk Domain Geometri	
Materi	Teorema Pythagoras
Kode	G.7, G8, dan G.12
Tujuan Pembelajaran	• Peserta didik dapat menjelaskan kebenaran teorema Pythagoras dalam pembuktian segitiga siku-siku • Peserta didik dapat menyelesaikan masalah sehari-hari yang berhubungan dengan teorema Pythagoras.
C. Alur dan Tujuan Pembelajaran Matematika Fase D	
Kode ATP	G.7 dan G.8
Acuan	ATP_MAT__Desti Arti_SMP_D
Tujuan Unit	Peserta didik dapat membuktikan keabsahan teorema Pythagoras

	dengan berbagai cara dan menggunakan tripel pythagoras dalam kehidupan sehari-hari.
Domain	Geometry
Kelas	VIII
Jam Pelajaran	4
Kata Kunci	Geometri, teorema pythagoras, pembuktian pythagoras, segitiga siku-siku, dan tripel pythagoras
Penjelasan Singkat	Sebagai pematik diskusi dalam menggali pembuktian teorema pythagoras, hal yang berkaitan dengan operasi hitung tertentu digunakan pada saat pembelajaran
Profil Pelajar Pancasila	• Mengenali hal-hal yang sama dan berbeda yang dimiliki diri dan temannya dalam berbagai hal serta memberikan respon secara positif • Menidentifikasi dan mengolah informasi dan gagasan • Melaksanakan penalaran kongkret dan memberikan masalah dan mengambil keputusan.
Glosarium	Pythagoras, Pembuktian pythagoras, dan tripel pythagoras

Berikut adalah penjelasan materi teorema pythagoras sesuai dengan Capaian Pembelajaran pada tabel yang bersumber dari buku Kemendikbud Matematika Tahun 2022 kelas VIII referensi yang menunjang materi teorema pythagoras. Geometri merupakan cabang matematika yang fokus pada studi tentang bentuk, ukuran, posisi relatif, dan sifat ruang dari objek-objek. Ini mencakup berbagai konsep seperti titik, garis, bidang, sudut, permukaan, dan benda tiga dimensi. Teorema pythagoras adalah prinsip

fundamental dalam geometri, khususnya dalam studi segitiga siku-siku. Teorema ini menyatakan bahwa dalam sebuah segitiga siku-siku, kuadrat panjang sisi miring (*hipotenusa*) sama dengan jumlah kuadrat panjang kedua sisi lainnya yang membentuk sudut siku-siku (Albar, Susilawati, dan Fatmawati 2022).

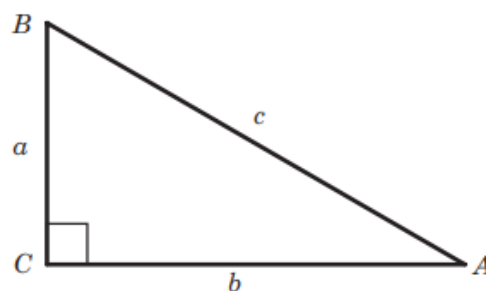
1. Dalil Pythagoras

Pada sebuah segitiga siku-siku, luas persegi yang dibentuk oleh sisi miring (*hipotenusa*) sama dengan total luas dua persegi yang dibentuk oleh kedua sisi lainnya yang tegak lurus. Ini juga berarti bahwa jumlah kuadrat panjang kedua sisi tegak lurus dalam segitiga siku-siku setara dengan kuadrat panjang sisi miringnya.

2. Teorema Pythagoras

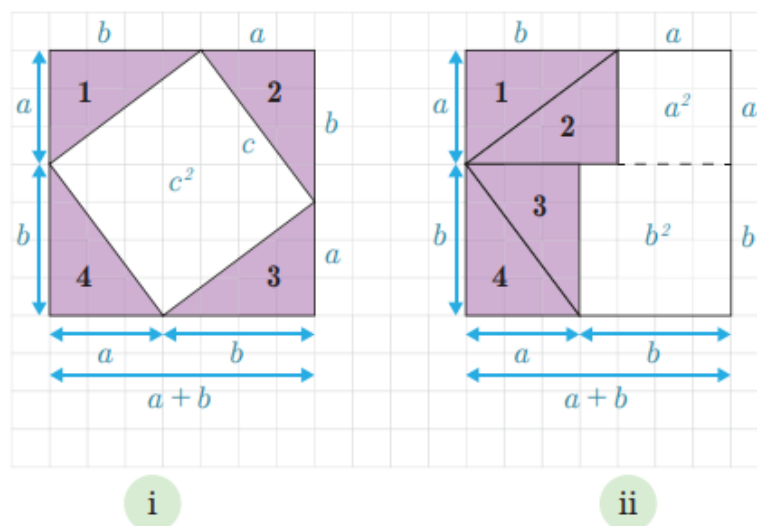
Pada ΔABC siku-siku dengan siku-siku di B , berlaku:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Gambar 2.1 Segitiga siku-siku

Berikut adalah salah satu pembuktian untuk memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras



Gambar 2.2 Pembuktian teorema pythagoras

Berdasarkan gambar 2 dapat menemukan bentuk persamaan seperti berikut.

Pada gambar 2 (i) diperoleh bahwa:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= 4\frac{1}{2}ab + c^2 \\ &= 2ab + c^2\end{aligned}$$

Selanjutnya, pada gambar 2 (ii) diperoleh bahwa:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

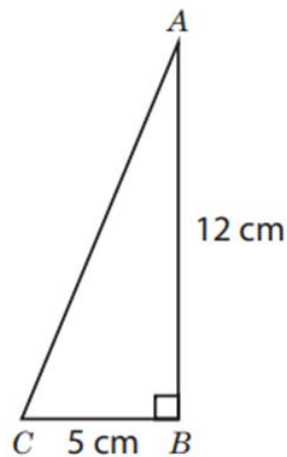
Sehingga, berdasarkan pada gambar 2 (i) dan (ii) diperoleh bahwa

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)^2 \\ 2ab + c^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ c^2 + 2ab &= a^2 + b^2 + 2ab \\ c^2 + 2ab - 2ab &= a^2 + b^2 + 2ab - 2ab \\ c^2 &= a^2 + b^2\end{aligned}$$

Dengan demikian, luas persegi pada sisi *hipotenusa* adalah c^2 , dan jumlah luas persegi pada kedua sisi tegaknya adalah $a^2 + b^2$

Contoh soal

1. Tentukan panjang hipotenusa segitiga dibawah



Gambar 2.3 Segitiga siku-siku

Penyelesaian

Diketahui: $AB = 12\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$

Ditanya: Berapa panjang *hipotenusa* atau panjang AC ?

Jawab:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 12^2 + 5^2$$

$$= 144 + 25$$

$$AC^2 = 169$$

$$AC = \sqrt{169}$$

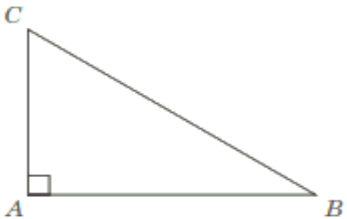
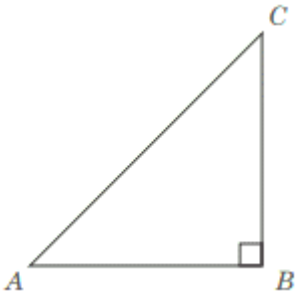
$$AC = 13$$

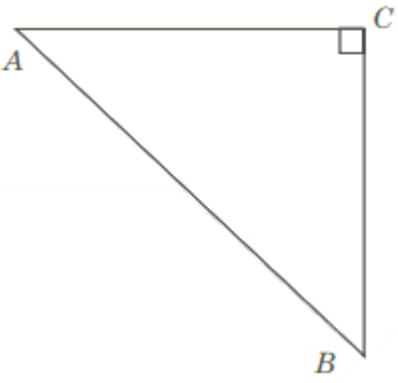
Jadi, panjang hipotenusa adalah 13 cm

3. Kebalikan Teorema Pythagoras

Kebalikan dari Teorema Pythagoras adalah cara untuk menentukan apakah sebuah segitiga dengan sisi-sisi a^2, b^2 , dan c^2 adalah segitiga siku-siku. Jika memenuhi persamaan $c^2 = a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut pasti siku-siku, dengan c^2 sebagai *hipotenusa*. Ini berguna untuk memverifikasi bentuk segitiga dalam berbagai aplikasi praktis.

Pada ΔABC , apabila a, b , dan c adaah sisi-sisi dihadapan sudut A, B , dan C maka berlaku kebalikan Teorema Pythagoras, yaitu:

	Untuk $b < c < a$ Jika $a^2 = b^2 + c^2$ Maka ΔABC siku-siku di A adalah segitiga lancip
	Untuk $a < c < b$ Jika $b^2 = a^2 + c^2$ Maka ΔABC siku-siku di B adalah segitiga lancip

	Untuk $a < b < c$ Jika $c^2 = a^2 + b^2$ Maka $\triangle ABC$ siku-siku di C adalah segitiga tumpul
---	--

Sehingga, tiga bilangan a , b , dan c dengan $a < b < c$ dikatakan triple Pythagoras jika memenuhi hubungan persamaan $c^2 = a^2 + b^2$.

4. Triple Pythagoras

Triple Pythagoras adalah sekumpulan tiga bilangan bulat positif yang memenuhi persamaan Teorema Pythagoras, yaitu $c^2 = a^2 + b^2$ atau $a^2 + b^2 = c^2$. Dalam konteks segitiga siku-siku, bilangan-bilangan ini mewakili panjang ketiga sisi segitiga tersebut, di mana c adalah sisi miring (*hipotenusa*), dan a serta b adalah kedua sisi lainnya

Contoh umum dari triple pythagoras adalah:

- (3, 4, 5), karena $3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 9 + 16 = 25$
- (5, 12, 13), karena $5^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow 25 + 144 = 169$
- (8, 15, 17) Karena $8^2 + 15^2 = 17^2 \rightarrow 64 + 225 = 289$

Triple Pythagoras sering digunakan dalam berbagai bidang, seperti matematika, fisika, teknik, dan arsitektur, untuk memecahkan masalah yang melibatkan segitiga siku-siku.

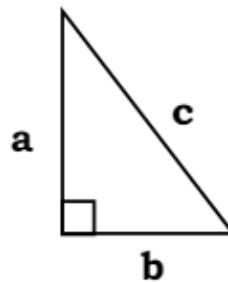
5. Jenis Segitiga

Jenis segitiga jika dilihat dari besar sudutnya:

- $\triangle$ **Siku-siku** : salah satu sudutnya siku-siku (90°)
- $\triangle$ **Lancip** : ketiga sudutnya lancip ($< 90^\circ$)
- $\triangle$ **Tumpul** : salah satu sudutnya tumpul ($> 90^\circ$)

1) Segitiga siku-siku:

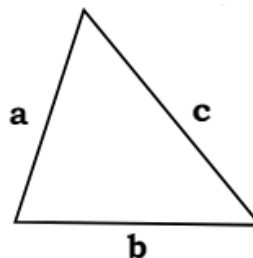
a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c jika $c^2 = a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut siku-siku



Gambar 2.4 segitiga siku-siku abc

2) Segitiga lancip:

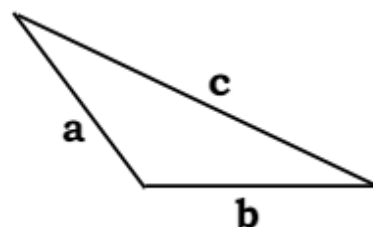
a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c jika $c^2 < a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut lancip



Gambar 2.5 segitiga lancip

3) Segitiga tumpul:

a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c jika $c^2 > a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut tumpul



Gambar 2.6 segitiga tumpul

Contoh

Amatilah apakah sisi-sisi segitiga berikut membentuk segitiga siku-siku, lancip, atau tumpul

1) 7, 24, 25

Jawab:

Sisi terpanjang = 25

$$25^2 \stackrel{?}{=} 7^2 + 24^2$$

$$225 \stackrel{?}{=} 49 + 576$$

$$225 < 625$$

Jadi, dinyatakan sebagai segitiga lancip

2) 8, 12, 17

Sisi terpanjang = 17

$$17^2 \stackrel{?}{=} 8^2 + 12^2$$

$$289 \stackrel{?}{=} 64 + 144$$

$$289 > 208$$

Jadi, dinyatakan sebagai segitiga tumpul

3) 8, 15, 17

Sisi terpanjang = 17

$$17^2 \stackrel{?}{=} 8^2 + 15^2$$

$$289 \stackrel{?}{=} 64 + 225$$

$$289 = 289$$

Jadi, dinyatakan sebagai segitiga siku-siku

6. Penerapan Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras memiliki penerapan penting dalam pendirian tenda dan bidang arsitektur. Dalam konteks mendirikan tenda, teorema ini digunakan untuk memastikan stabilitas dan keseimbangan struktur tenda. Misalnya, dengan mengetahui tinggi tenda dan jarak horizontal dari dasar tenda ke titik tiang penopang, panjang tiang dapat dihitung menggunakan rumus Pythagoras, sehingga tenda dapat didirikan dengan sudut yang tepat dan stabil. Selain itu, teorema ini juga membantu dalam menentukan panjang tali tenda untuk memastikan kekokohan dan kestabilannya.

Dalam bidang arsitektur, Teorema Pythagoras sangat penting untuk memastikan sudut siku-siku dalam berbagai konstruksi. Arsitek dan insinyur menggunakan teorema ini untuk menghitung panjang diagonal dalam bangunan, merancang atap, jembatan, dan elemen struktural lainnya yang memerlukan presisi tinggi. Misalnya, dalam merancang

sebuah ruangan atau bangunan dengan sudut siku-siku, teorema ini membantu dalam memastikan bahwa sudut tersebut tepat dan struktur bangunan berdiri kokoh. Dengan demikian, Teorema Pythagoras tidak hanya berperan dalam proyek kecil seperti mendirikan tenda, tetapi juga dalam proyek besar dan kompleks dalam bidang arsitektur, memastikan akurasi dan stabilitas dalam berbagai konstruksi.

2.1.4 Konteks dalam Pembelajaran Matematika

Penggunaan konteks dalam pembelajaran matematika merupakan konsep matematika dengan dunia nyata, sehingga meningkatkan relevansi dan keterlibatan siswa dalam belajar matematika (Heuvel-Panhuizen 2005). Konteks membantu siswa memaknai simbol, prosedur, dan konsep matematika secara lebih mendalam karena tidak dipelajari secara terpisah, melainkan dalam situasi yang bermakna. Dalam proses ini, konteks bukan sekadar latar cerita, tetapi menjadi titik tolak berpikir dan memecahkan masalah. Hal ini membuat pembelajaran menjadi lebih relevan dan meningkatkan keterlibatan aktif siswa. Penggunaan konteks juga memberikan peluang bagi peserta didik untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif, karena mereka ditantang untuk memahami dan menyelesaikan masalah yang lebih kompleks secara bertahap. Oleh karena itu, secara hakikat, pembelajaran matematika berbasis konteks mencerminkan proses belajar yang tidak hanya fokus pada hasil, tetapi juga memperhatikan proses berpikir dan pengalaman belajar siswa secara menyeluruh.

Menurut Lange (1996) konteks diartikan sebagai suatu situasi yang memberikan arti terhadap aktivitas matematika serta mendorong peserta didik untuk menerapkan pengetahuan matematisnya dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan nyata. Konteks tidak hanya berfungsi sebagai pemicu aktivitas belajar, tetapi juga sebagai ruang untuk eksplorasi ide-ide matematika secara lebih alami. Dengan menggunakan konteks, siswa tidak hanya menghafal rumus atau prosedur, tetapi juga belajar memahami bagaimana dan mengapa konsep matematika digunakan dalam berbagai situasi. Hal ini memungkinkan mereka membangun pemahaman yang lebih mendalam karena konsep matematika tidak dipelajari secara terpisah dari dunia nyata. Penggunaan konteks juga merangsang siswa untuk berpikir kritis dan menemukan berbagai strategi pemecahan masalah. Dalam hal ini, konteks memberi arah dan tujuan pada aktivitas belajar, sehingga pembelajaran menjadi lebih relevan dan bermakna. Oleh

karena itu, konteks merupakan bagian penting dalam pembelajaran matematika yang menekankan pada proses berpikir dan penerapan konsep dalam kehidupan nyata.

Arafani *et al.*, (2019) mengemukakan bahwa penggunaan konteks merupakan langkah awal yang penting dalam pembelajaran matematika. Penggunaan konteks dalam pembelajaran matematika adalah langkah awal penting karena menghubungkan konsep-konsep matematika dengan situasi nyata, memperkuat pemahaman peserta didik, dan meningkatkan kemampuan mereka dalam pemecahan masalah. Melalui konteks, siswa diajak untuk mengamati, memahami, dan memaknai permasalahan nyata yang kemudian dijadikan landasan untuk mengeksplorasi ide-ide matematika. Pendekatan ini memungkinkan siswa membangun keterkaitan antara pengalaman mereka dengan pengetahuan baru yang akan dipelajari. Dengan memulai dari sesuatu yang dekat dengan kehidupan mereka, siswa akan lebih mudah mengakses makna matematika yang selama ini dianggap abstrak. Selain itu, penggunaan konteks di awal pembelajaran juga dapat meningkatkan rasa ingin tahu, keterlibatan aktif, serta motivasi siswa dalam menyelesaikan persoalan. Oleh karena itu, menjadikan konteks sebagai bagian awal dalam proses pembelajaran bukan hanya bersifat teknis, tetapi juga memiliki makna filosofis sebagai pendekatan yang memanusiakan proses belajar dan menghargai pengalaman peserta didik.

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan penggunaan konteks dalam pembelajaran matematika merupakan pendekatan yang bertujuan untuk menghubungkan konsep matematika dengan situasi nyata agar pembelajaran menjadi lebih bermakna dan relevan. Konteks dalam hal ini tidak hanya menjadi latar cerita, tetapi berfungsi sebagai titik awal bagi siswa dalam membangun pemahaman terhadap simbol, prosedur, dan konsep matematika melalui situasi yang dekat dengan kehidupan mereka. Selanjutnya, konteks adalah situasi yang memberikan arti terhadap aktivitas matematika, yang mendorong peserta didik menerapkan pengetahuan mereka secara lebih alami dalam pemecahan masalah nyata. Dalam pandangan ini, konteks memainkan peran penting dalam mengarahkan proses berpikir, menumbuhkan eksplorasi, dan meningkatkan kemampuan berpikir kritis peserta didik. Selain itu, penggunaan konteks merupakan langkah awal penting dalam proses pembelajaran matematika, karena membantu siswa memahami materi secara lebih konkret dan kontekstual. Dengan memulai dari pengalaman nyata atau permasalahan

yang relevan, peserta didik dapat membangun jembatan pemahaman dari pengalaman mereka menuju konsep abstrak dalam matematika. Pendekatan ini juga meningkatkan motivasi dan rasa ingin tahu siswa, serta memberikan makna filosofis terhadap proses belajar sebagai aktivitas yang memanusiakan. Dengan demikian, pembelajaran matematika berbasis konteks tidak hanya sekadar menyampaikan isi materi, tetapi juga membangun makna, memfasilitasi proses berpikir, serta menghargai pengalaman belajar peserta didik. Konteks berperan sebagai jembatan antara dunia nyata dan konsep abstrak, serta sebagai ruang eksplorasi yang memungkinkan peserta didik membangun pemahaman secara bertahap dan aktif.

Menurut Dewantara & Harpeni (2019) konteks dapat diklasifikasikan ke dalam empat kategori utama, masing-masing memainkan peran penting dalam pengembangan pemahaman dan aplikasi konsep-konsep matematika. Pertama, konteks personal peserta didik mencakup pengalaman dan kehidupan sehari-hari mereka. Ini melibatkan penerapan konsep matematika dalam situasi yang relevan dengan kehidupan pribadi mereka, membangun hubungan yang nyata antara teori dan pengalaman langsung. Kedua, konteks sekolah atau pekerjaan membawa matematika ke dalam lingkungan pembelajaran formal atau profesional. Di sini, pemahaman matematika diaplikasikan untuk menyelesaikan masalah yang terkait dengan kurikulum sekolah atau tugas pekerjaan, memperkaya pemahaman konsep-konsep tersebut dan mengarah pada penerapan praktis di dunia nyata. Ketiga, konteks masyarakat atau publik menghubungkan matematika dengan dinamika kolektif dan masalah sosial. Penerapan konsep matematika dalam konteks ini dapat membantu memecahkan tantangan sosial, mengukur dampak kebijakan, atau merumuskan solusi untuk masalah yang bersifat masyarakat. Terakhir, konteks ilmiah melibatkan penerapan matematika dalam kerangka penelitian dan pemecahan masalah ilmiah. Di sini, konsep-konsep matematika digunakan sebagai alat untuk mengembangkan model, analisis data, dan memahami fenomena alam secara lebih mendalam.

Menurut Wijaya (dalam Sari & Noviantati, 2022) mengemukakan bahwa konteks dalam pembelajaran matematika secara spesifik memiliki empat fungsi, yaitu:

- a. Pembentukan konsep (*concept forming*)

Konteks harus memuat konsep matematika tetapi dalam suatu kemasan yang bermakna bagi peserta didik sehingga konsep matematika tersebut dapat dibangun atau ditemukan kembali secara alami oleh peserta didik.

b. Pengembangan model (*model forming*)

Dalam *concept forming*, tujuan suatu konteks adalah menemukan suatu apa (*what*), yaitu konsep matematika. Namun dalam model forming, konteks berperan dalam mengembangkan kemampuan siswa untuk menemukan berbagai strategi (*how*) untuk menemukan atau membangun konsep matematika (*what*). Strategi tersebut bisa berupa serangkaian model yang berfungsi sebagai alat untuk menerjemahkan konteks dan juga alat untuk mendukung proses berpikir.

c. Penerapan (*applicability*)

Pada posisi ini, peran konteks bukan lagi untuk mendukung penemuan dan pengembangan konsep matematika tetapi untuk menunjukkan bagaimana suatu konsep matematika ada di realita dan digunakan dalam kehidupan manusia. Dunia nyata merupakan suatu sumber dan sekaligus tujuan penerapan sejumlah konsep matematika.

d. Melatih kemampuan khusus (*specific abilities*)

Kemampuan melakukan identifikasi, generalisasi, dan pemodelan merupakan hal-hal yang berperan penting dalam menghadapi suatu situasi terapan.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa konteks dalam pembelajaran matematika merujuk pada fenomena atau situasi sehari-hari yang terkait dengan konsep matematika, bertujuan untuk membantu peserta didik memahami materi yang diajarkan dan membuat pembelajaran lebih bermakna. Dalam konteks ini, peneliti menggunakan suatu situasi untuk membantu peserta didik memahami materi tentang teorema pythagoras.

2.1.5 Literasi Numerasi

Literasi numerasi adalah kemampuan seseorang dalam memanfaatkan, memahami, serta menyampaikan informasi yang bersifat matematis dalam berbagai representasi, yang dibutuhkan untuk menjalani kehidupan sehari-hari secara efektif, baik dalam konteks pribadi, dunia kerja, maupun lingkungan sosial (Jablonka & Gellert, 2020). Kemampuan ini sangat dibutuhkan agar individu dapat mengambil keputusan yang tepat dalam berbagai konteks kehidupan, baik secara pribadi, profesional, maupun sosial.

Literasi numerasi juga mencerminkan sejauh mana seseorang mampu berpikir secara logis, kritis, dan reflektif dalam menghadapi informasi yang bersifat kuantitatif. Dalam dunia kerja, literasi numerasi memungkinkan seseorang untuk membaca data, menghitung risiko, atau menyusun anggaran. Sementara dalam kehidupan sosial, kemampuan ini membantu individu memahami informasi publik, seperti statistik kesehatan atau hasil survei. Oleh karena itu, literasi numerasi memiliki kedudukan penting sebagai bekal untuk menjalani kehidupan yang produktif dan bertanggung jawab. Dalam pembelajaran, penguatan literasi numerasi tidak hanya meningkatkan kompetensi matematika, tetapi juga membentuk pola pikir yang rasional dan berbasis data.

Husan (2023) bahwa literasi numerasi adalah kemampuan fundamental dalam memahami, menggunakan dan mengaplikasikan konsep matematika yang melibatkan pemahaman terhadap simbol, bilangan, serta kemampuan untuk memecahkan masalah matematika dalam konteks kehidupan sehari-hari. Kemampuan literasi numerasi memberikan kemandirian dalam pemecahan masalah dan peningkatan kualitas hidup. Kemampuan ini tidak hanya sebatas pada aktivitas berhitung, tetapi juga mencakup bagaimana seseorang menginterpretasikan informasi kuantitatif dan mengambil keputusan yang logis berdasarkan data yang tersedia. Literasi numerasi menjadi dasar bagi individu untuk terlibat secara aktif dalam berbagai situasi, seperti mengelola keuangan, membaca grafik, memahami persentase, atau menilai risiko. Oleh karena itu, literasi numerasi tidak hanya menunjang keberhasilan akademik, tetapi juga membekali seseorang untuk hidup mandiri, berpikir kritis, dan bertindak rasional dalam masyarakat yang semakin kompleks. Dalam dunia pendidikan, pengembangan literasi numerasi menjadi bagian penting yang harus terintegrasi dalam proses pembelajaran agar siswa mampu mengaitkan materi matematika dengan persoalan nyata yang mereka hadapi setiap hari.

Menurut Hayati & Supriyadi (2022) literasi numerasi adalah kemampuan atau kecakapan dalam mengembangkan pengetahuan dan keterampilan menggunakan seni dengan percaya diri di seluruh aspek kehidupan. Literasi mencakup kemampuan dasar seperti membaca, menulis, dan memahami teks. Ini berarti individu mampu mengurai informasi yang disajikan dalam tulisan, menghasilkan tulisan yang jelas dan efektif, serta memahami pesan yang tersirat maupun eksplisit dalam teks yang dibaca. Sejalan dengan perspektif yang diungkapkan oleh Dwihantoro *et al.*, 2023) menyatakan bahwa Literasi

mencakup kemampuan membaca, menulis, dan memahami teks. Numerasi merujuk pada kemampuan individu untuk mengoperasikan angka dan menerapkan prinsip-prinsip matematika dalam beragam konteks kehidupan sehari-hari. Sejalan dengan pendapat yang diutarakan oleh Dwihantoro *et al.*, (2023) yang mengungkapkan bahwa numerasi mencakup kemampuan menggunakan angka dan menerapkan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Menurut Tim Gerakan Literasi Numerasi (dalam Ate *et al.*, 2022) literasi numerasi adalah pengetahuan dan kecakapan untuk menggunakan berbagai macam angka dan simbol-simbol yang terkait dengan matematika dasar untuk memecahkan masalah praktis dalam berbagai macam konteks kehidupan sehari-hari, kemampuan untuk menganalisis informasi yang ditampilkan dalam berbagai entuk grafik, tabel, bagan, dan lain-lain; dan kemapuan menggunakan interpretasi hasil analisis tersebut untuk memprediksi dan mengambil keputusan. Lebih jauh lagi, literasi numerasi mencakup kemampuan untuk menggunakan hasil analisis tersebut dalam membuat prediksi atau mengambil keputusan yang logis dan tepat. Artinya, kemampuan ini bersifat aplikatif dan kontekstual, sangat erat kaitannya dengan aktivitas berpikir kritis dan pengambilan keputusan berbasis data. Literasi numerasi juga memainkan peran penting dalam membentuk warga negara yang cerdas dan mampu berpartisipasi secara aktif dalam masyarakat yang kompleks dan berbasis informasi. Oleh karena itu, penguasaan literasi numerasi merupakan aspek fundamental yang harus dikembangkan dalam sistem pendidikan untuk menyiapkan peserta didik menghadapi tantangan kehidupan nyata secara rasional dan bertanggung jawab.

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan bahwa literasi numerasi merupakan kemampuan individu dalam memahami, menggunakan, serta mengomunikasikan informasi matematis dalam berbagai bentuk representasi guna menghadapi tantangan kehidupan sehari-hari, secara efektif, baik dalam konteks pribadi, profesional, maupun sosial. Literasi numerasi tidak hanya berkaitan dengan keterampilan berhitung, tetapi juga mencerminkan kemampuan berpikir logis dan kritis dalam mengambil keputusan berbasis data kuantitatif yang tersedia. Selanjutnya, literasi numerasi adalah kemampuan mendasar untuk mengaplikasikan konsep matematika dalam berbagai situasi, yang memungkinkan individu memecahkan masalah kehidupan nyata secara mandiri dan rasional. makna

literasi numerasi dengan menegaskan bahwa kecakapan ini berkaitan dengan keterampilan membaca, menulis, dan memahami informasi tertulis yang digunakan untuk mendukung pemecahan masalah matematis dalam kehidupan sehari-hari. Dengan kata lain, literasi numerasi berada pada pertemuan antara kemampuan literasi dasar dan penerapan prinsip-prinsip matematika dalam konteks nyata. numerasi adalah kemampuan untuk mengoperasikan angka dan menerapkan konsep matematika dalam berbagai aspek kehidupan, mulai dari manajemen keuangan hingga pemahaman terhadap data statistik dalam informasi publik. Dengan demikian, dalam dunia pendidikan, penguatan literasi numerasi tidak hanya meningkatkan capaian akademik peserta didik dalam matematika, tetapi juga mendorong terbentuknya pola pikir analitis yang terintegrasi dengan kehidupan nyata.

Menurut Apriliani *et al.*, (2024) ada tiga fase dalam pencapaian literasi numerasi yaitu : evaluasi empiris, tes standar, dan analisis data hasil belajar peserta didik. Selain itu, literasi numerasi juga melibatkan kemampuan dalam membaca, menulis, dan memahami teks matematika, serta mengoperasikan angka dan menerapkan prinsip-prinsip matematika dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari. Dengan memiliki literasi numerasi yang baik, individu dapat menjadi lebih mandiri dalam pemecahan masalah dan meningkatkan kualitas hidup mereka.

Indikator literasi numerasi menurut Tim Gerakan Literasi Numerasi (dalam Kalsum & Sulastri 2021).

Tabel 2.2 Indikator Literasi Numerasi menurut Tim GLN

No	Indikator
1	Menggunakan bermacam-macam angka dan simbol berkaitan dengan matematika dasar pada pemecahan masalah praktis dalam konteks kehidupan sehari-hari
2	Menganalisis informasi yang ditampilkan dari berbagai bentuk (grafik, tabel, bagan, diagram dan lain sebagainya).
3	Menafsirkan hasil analisis tersebut untuk memprediksi dan mengambil keputusan.

Sedangkan menurut PISA (dalam Siskawati, Chandra, dan Irawati, 2020), indikator kemampuan literasi numerasi terdiri dari enam level sebagai berikut.

terdorong untuk secara mandiri menggali informasi yang relevan, mengajukan pertanyaan, dan berdiskusi bersama teman sebaya.

Tujuan model *Problem Based Learning* adalah mengajak peserta didik untuk menghadapi dan menyelesaikan permasalahan melalui proses bertahap yang mengikuti metode ilmiah, sehingga mereka dapat mengasimilasi pengetahuan yang relevan dengan permasalahan yang dihadapi dan juga mengembangkan keterampilan dalam menyelesaikan masalah tersebut (Cahyani *et al.*, 2021). Dengan cara ini, peserta didik belajar membangun pengetahuan yang relevan dari pengalaman menyelesaikan masalah secara langsung. Proses ini memungkinkan siswa mengasimilasi informasi baru ke dalam kerangka pengetahuan yang telah mereka miliki sebelumnya. Selain memperkuat pemahaman konsep, siswa juga dilatih untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis, logis, dan reflektif. *Problem Based Learning* memberi ruang bagi siswa untuk mengeksplorasi berbagai pendekatan penyelesaian, sehingga mendorong kemandirian dan kreativitas. Dalam jangka panjang, model ini tidak hanya menanamkan pemahaman konseptual, tetapi juga menyiapkan peserta didik untuk menghadapi tantangan di luar lingkungan sekolah, termasuk dalam kehidupan bermasyarakat dan dunia kerja. Dengan demikian, tujuan utama *Problem Based Learning* adalah membentuk peserta didik yang aktif, berpikir ilmiah, dan mampu menghadapi persoalan secara rasional dan bertanggung jawab. Dalam hal ini, *Problem Based Learning* merupakan suatu model pembelajaran yang memungkinkan siswa untuk aktif dalam menyelesaikan masalah nyata, membantu mereka memperoleh pengetahuan yang relevan sambil mengembangkan keterampilan pemecahan masalah dan berpikir kritis secara efektif.

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan bahwa *Problem Based Learning* adalah suatu pendekatan pembelajaran yang menekankan penggunaan permasalahan sebagai titik awal dalam proses pembelajaran dan pengembangan pemahaman konsep. Tujuan utama dari *Problem Based Learning* adalah untuk melatih kemandirian dan keterampilan sosial peserta didik. Dalam model *Problem Based Learning*, peran pendidik lebih bersifat sebagai seorang fasilitator, sementara kemampuan berpikir peserta didik ditingkatkan melalui pembelajaran berkelompok. Ini memungkinkan peserta didik untuk mengaktifkan, mengasah, menguji, dan mengembangkan kemampuan berpikir mereka secara berkelanjutan.

Setiap model pembelajaran memiliki karakteristik yang berbeda-beda yang memungkinkan untuk membedakannya dari model pembelajaran lainnya. Sama seperti model lainnya, *Problem Based Learning* juga memiliki karakteristik khasnya sendiri, sebagaimana yang diungkapkan oleh Barrow & Min Liu (dalam Ovi *et al.*, 2019) mengemukakan bahwa karakteristik *Problem Based Learning* adalah sebagai berikut:

1) *Learning is student center*

Proses pembelajaran dalam *Problem Based Learning* menitikberatkan peran siswa sebagai subjek belajar. Oleh karena itu, *Problem Based Learning* didukung oleh teori konstruktivisme yang mendorong siswa untuk mengembangkan pengetahuan secara mandiri.

2) *Authentic problem form the organizing focus for learning*

Masalah yang dipresentasikan kepada siswa dalam *Problem Based Learning* adalah masalah yang otentik, memungkinkan mereka untuk dengan mudah memahami serta menerapkannya dalam konteks profesionalisme di masa depan.

3) *New information is acquired though self-directed learning*

Dalam konteks pemecahan masalah, kemungkinan siswa belum memiliki pengetahuan atau pemahaman mengenai suatu persyaratan tertentu. Karenanya, siswa berusaha mencari informasi tersebut melalui sumber-sumber yang tersedia, termasuk buku dan referensi lainnya.

4) *Learning occurs in small groups*

Demi menggalakkan interaksi ilmiah dan pertukaran gagasan dalam upaya membangun pengetahuan secara kolaboratif, *Problem Based Learning* dijalankan dalam kelompok kecil. Pembentukan kelompok tersebut memerlukan penugasan yang terstruktur dan penetapan tujuan yang tegas.

5) *Teacher act as facilitators*

Dalam pelaksanaan *Problem Based Learning*, guru berperan sebagai fasilitator. Kendati demikian, guru diharapkan untuk terus memantau dengan cermat perkembangan aktivitas siswa dan memberikan dorongan agar mereka mencapai target yang telah ditetapkan.

Seperti karakteristiknya, setiap model pembelajaran juga memiliki keunggulan dan kelemahan. Seperti yang diungkapkan oleh Darwati & Purana (2021) bahwa keunggulan dan kelemahan dalam model *Problem Based Learning* adalah sebagai

berikut: 1) Merupakan teknik yang bermanfaat untuk memperdalam pemahaman materi pelajaran; 2) Mengajukan tantangan terhadap kemampuan peserta didik sambil memberikan kepuasan melalui penemuan pengetahuan baru bagi mereka; 3) Meningkatkan partisipasi dan aktivitas belajar peserta didik; 4) Membantu peserta didik dalam mentransfer pengetahuan mereka guna memahami serta mengatasi permasalahan dalam konteks kehidupan nyata; 5) Membantu peserta didik untuk mengembangkan pengetahuan baru mereka serta meningkatkan tanggung jawab mereka dalam pembelajaran yang sedang mereka jalani. Menurut Hamruni, 2012 (dalam Darwati & Purana, 2021) mengemukakan bahwa ada beberapa kekurangan dari *Problem Based Learning* sebagai berikut: 1) Apabila peserta didik kehilangan minat atau keyakinan bahwa masalah yang dipelajari dapat diselesaikan, mereka cenderung enggan untuk mencoba menyelesaikannya; 2) Keberhasilan pembelajaran melalui *Problem Based Learning* memerlukan alokasi waktu yang cukup untuk persiapan yang teliti; 3) Tanpa pemahaman yang memadai terhadap masalah yang dipelajari, peserta didik tidak akan dapat memperoleh pengetahuan yang mereka inginkan.

Menurut Aini *et al.*, (2020) model *Problem Based Learning* memiliki 5 tahapan-tahapan sebagai berikut:

1) Memberikan Orientasi terhadap Permasalahan

Langkah orientasi ini merupakan langkah untuk memperkenalkan peserta didik kepada masalah yang akan mereka selesaikan. Pada langkah pertama ini, pendidik memberikan pengenalan mengenai masalah yang akan mereka hadapi.

2) Mengorganisasikan Peserta Didik untuk Melakukan Tugasnya

Pada tahap ini, pendidik mengorganisir peserta didik ke dalam kelompok-kelompok dan memberikan tugas pembelajaran untuk mereka bersama-sama memecahkan permasalahan yang diberikan.

3) Membantu Peserta Didik Melakukan Tugasnya

Pada tahap ini, pendidik memberikan bimbingan kepada peserta didik dalam melakukan penyelidikan terkait masalah yang sedang dihadapi. Peserta didik akan terlibat dalam beragam aktivitas selama proses pembelajaran, termasuk ungkapan ide, perdebatan, dan pembahasan bersama mengenai solusi-solusi yang diusulkan, baik dengan anggota kelompok maupun dengan bimbingan dari pendidik.

4) Mengembangkan Hasil Diskusi

Pada tahap ini, peserta didik diberi kesempatan untuk menyampaikan hasil pemecahan masalah yang baru saja mereka lakukan kepada kelompok lain. Presentasi hasil ini dapat berupa laporan tertulis, laporan lisan, atau model yang mereka hasilkan.

5) Menganalisis dan Mengevaluasi Pemecahan Masalah

Pada langkah ini, peran pendidik menjadi sangat signifikan, di mana pendidik bertanggung jawab untuk menganalisis pemecahan masalah yang dilakukan oleh peserta didik, menilai kebenaran hasil tersebut, serta memberikan umpan balik terkait kesalahan-kesalahan yang mungkin dilakukan oleh peserta didik.

2.1.7 Geogebra

Geogebra merupakan perangkat lunak yang memungkinkan representasi visual berbagai konsep matematika, sehingga menjadi sarana yang efektif dalam membantu membangun dan memahami konsep-konsep tersebut (Nuratifah *et al.* 2024). Dengan adanya visualisasi ini, peserta didik tidak hanya memahami konsep secara simbolik, tetapi juga dapat melihat bagaimana konsep tersebut bekerja dalam representasi yang konkret dan interaktif. Hal ini membantu membangun pemahaman yang lebih mendalam karena siswa dapat mengeksplorasi, mengamati, dan memanipulasi objek matematika secara mandiri. GeoGebra juga mendorong keterlibatan aktif peserta didik dalam proses belajar melalui eksperimen dan pengamatan langsung terhadap perubahan yang terjadi. Representasi visual yang ditampilkan menjadi jembatan antara pemahaman intuitif dan formal dalam matematika. Selain itu, penggunaan GeoGebra memungkinkan guru menyajikan materi dengan cara yang lebih menarik dan kontekstual, sehingga menciptakan lingkungan belajar yang lebih menyenangkan dan bermakna. Oleh karena itu, GeoGebra menjadi alat bantu yang efektif untuk mengembangkan pemahaman konseptual dan meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di kelas.

Geogebra merupakan kependekan dari *geometry* (geometri) dan *algebra* (aljabar) (Agung, 2019). GeoGebra memungkinkan pengguna untuk membuat representasi geometri seperti titik, garis, lingkaran, dan bangun lainnya, sekaligus menampilkan persamaan aljabar yang terkait secara bersamaan dan saling terhubung. Integrasi ini menjadi keunggulan utama GeoGebra karena dapat menunjukkan hubungan antara bentuk visual dan ekspresi matematis secara langsung dan *real time*. Misalnya, perubahan posisi suatu titik dalam bidang geometri akan secara otomatis memengaruhi

bentuk grafik atau persamaan yang menyertainya. Dengan demikian, siswa tidak hanya melihat matematika sebagai kumpulan rumus, tetapi juga sebagai konsep yang dapat dimanipulasi dan dipahami secara visual. Pendekatan ini membantu dalam memperkuat pemahaman konseptual dan menjembatani antara pemikiran spasial dan simbolik. GeoGebra juga menjadi alat yang fleksibel karena dapat digunakan dalam berbagai jenjang pendidikan dan berbagai topik, mulai dari matematika dasar hingga tingkat lanjutan.

Menurut Suhaifi *et al.*, (2022) mengungkapkan bahwa Geogebra menjadi program komputer yang bersifat sangat dinamis dan interaktif dalam mendukung pembelajaran dan penyelesaian persoalan matematika khususnya geometri, aljabar, dan kalkulus. Program ini memungkinkan visualisasi objek-objek matematika secara langsung, sehingga siswa dapat melihat perubahan bentuk dan hubungan antar elemen matematika secara real time. Fitur interaktif yang ditawarkan oleh GeoGebra membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan tidak monoton, karena siswa dapat berinteraksi langsung dengan objek matematika yang sedang dipelajari. Selain itu, GeoGebra juga dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan matematika secara fleksibel, baik dengan pendekatan numerik, simbolik, maupun grafis. Kemampuan GeoGebra dalam mengintegrasikan berbagai representasi ini menjadikannya sebagai alat bantu yang efektif dalam mengembangkan pemahaman konseptual siswa. Tidak hanya untuk siswa, guru pun terbantu dalam menjelaskan materi yang abstrak melalui simulasi visual yang tersedia di dalam aplikasi.

Geogebra adalah platform digital yang disediakan oleh pengembang aplikasi matematika dan dapat diakses secara bebas melalui laman resmi GeoGebra.org. Aplikasi ini bersifat gratis dan dapat digunakan maupun disebarluaskan tanpa biaya. GeoGebra mendukung berbagai sistem operasi, seperti Windows, Mac OS, dan Linux, serta dapat dijalankan di perangkat PC maupun tablet. Hingga kini, aplikasi ini telah dimanfaatkan oleh jutaan pendidik dan pelajar di lebih dari 190 negara di dunia (Harisuddin, 2020, hlm. 4). Menurut Tanzimah (dalam Jamaluddien & Sumargiyani, 2022), geogebra adalah perangkat lunak matematika dinamis yang menggabungkan berbagai fitur seperti geometri, aljabar, grafik, tabel, statistik, dan kalkulus dalam satu platform yang dapat diakses secara gratis dan mendukung berbagai sistem operasi, sehingga cocok digunakan di semua jenjang pendidikan. Aplikasi ini bermanfaat luas dalam dunia pendidikan dan

mendukung tiga pendekatan representasi dalam pembelajaran, yaitu melalui aktivitas langsung, ilustrasi visual, serta notasi simbolik (Tung, 2018, hlm. 5). Selain itu, GeoGebra memiliki berbagai keunggulan, salah satunya adalah kemampuannya dalam menyelesaikan persoalan matematika pada topik-topik seperti kalkulus, aljabar, matematika diskrit, dan numerik (Qurohman dalam Adini *et al.*, 2022).

Berdasarkan beberapa pendapat melalui analisis sintesis, maka dapat disimpulkan bahwa GeoGebra merupakan perangkat lunak dinamis dan interaktif yang menggabungkan konsep geometri, aljabar, dan kalkulus dalam satu platform. Program ini mendukung pembelajaran matematika dengan menyediakan representasi visual yang membantu siswa membangun pemahaman konsep secara lebih konkret dan bermakna. GeoGebra juga memfasilitasi eksplorasi dan pemecahan masalah matematika melalui pendekatan yang fleksibel dan menarik. Geogebra merupakan salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan sebagai alat bantu dalam pembelajaran matematika. Fungsinya mencakup visualisasi, demonstrasi, dan pembuktian konsep matematika, sehingga meningkatkan makna dan efektivitas proses pembelajaran. penggunaan Geogebra sangat mendukung dampak positif yang ditimbulkan terhadap kemampuan pemecahan matematika peserta didik. Dalam konteks ini, penggunaan perangkat lunak Geogebra merupakan langkah yang tepat untuk mendukung peserta didik dalam memperoleh pemahaman matematika. Dalam penelitian ini, Geogebra digunakan sebagai alat bantu untuk memvisualisasikan hasil teorema pythagoras dan mendemonstrasikan konsep yang telah ditemukan oleh peserta didik, yakni konsep teorema pythagoras.

Secara umum, menurut Zulnaidi & Zamri (2019) terdapat beberapa tahapan kontruksi pengetahuan matematis menggunakan geogebra yaitu:

(1) Visuaslisasi Awal

Peserta didik membuat model segitiga siku-siku dan bangun pendukung (seperti persegi pada masing-masing sisi) untuk memahami struktur geometris melalui antarmuka dinamis GeoGebra.

(2) Eksplorasi dinamis

Dengan memanipulasi panjang sisi segitiga, peserta didik mengeksplorasi hubungan antar sisi dan mengamati pola-pola numerik yang muncul, yang menjadi dasar awal pembentukan dugaan (*conjecture*) matematis

(3) Formulasi dugaan (*conjecturing*)

Dari hasil eksplorasi, peserta didik mulai membentuk dugaan bahwa kuadrat sisi miring (hipotenusa) setara dengan jumlah kuadrat dua sisi lainnya, yaitu bentuk awal Teorema Pythagoras.

(4) Verifikasi dan justifikasi

Peserta didik menggunakan fitur pengukuran dan perhitungan pada GeoGebra untuk memverifikasi keabsahan dugaan tersebut dalam berbagai konfigurasi segitiga.

(5) Abstraksi dan generalisasi

Melalui diskusi dan refleksi, peserta didik menyimpulkan konsep Teorema Pythagoras secara formal. Tahapan ini menunjukkan proses matematisasi vertikal dari konsep yang awalnya kontekstual menjadi abstrak.

Dengan mengikuti tahapan ini, GeoGebra memfasilitasi peserta didik dalam menjalani proses *guided reinvention* dan *didactical phenomenology*, yaitu proses belajar yang membangun pengetahuan matematis secara bertahap dari pengalaman konkret menuju konsep formal.

Fungsi utama dari penggunaan GeoGebra. Aplikasi ini digunakan untuk membangun representasi visual dari objek geometri dan grafik fungsi, mendukung proses penyelesaian masalah matematika, serta menjadi sarana pendukung dalam pembelajaran matematika (Kurniawan, 2020, hlm. 1). Mahmudi *et al.*, (2022) menyatakan bahwa geogebra memiliki sejumlah keunggulan, terutama dalam mensimulasikan dan memvisualisasikan konsep-konsep matematika, mendukung proses pembelajaran, mendorong eksplorasi serta penemuan, dan membantu dalam pemecahan maupun verifikasi masalah matematika. Wahyuni *et al.*, (2022) menambahkan bahwa GeoGebra berfungsi tidak hanya sebagai media pembelajaran, tetapi juga sebagai alat konstruksi konsep, sarana eksplorasi, serta platform pengembangan bahan ajar. Dalam praktiknya, GeoGebra digunakan untuk menghasilkan gambar geometri dengan lebih efisien dan akurat dibandingkan alat manual seperti penggaris atau pensil. Fitur seperti animasi dan kemampuan drag-and-drop meningkatkan pengalaman visual siswa, memperkuat pemahaman mereka terhadap konsep geometri. Selain itu, GeoGebra memungkinkan pengguna untuk memverifikasi ketepatan konstruksi secara langsung dan mengeksplorasi berbagai sifat objek geometris. Menurut Bernard & Sunaryo (2020), perangkat ini juga berperan sebagai sumber belajar interaktif yang mendukung keterlibatan peserta didik secara aktif.

2.1.8 Pembelajaran Teorema Pythagoras Melalui *Model Problem Based Learning* Berbantuan Geogebra

Dalam rangka proses pembelajaran yang efektif, diperlukan sumber-sumber pembelajaran yang memadai guna mendukung pencapaian tujuan pembelajaran. Menurut Murni & Yasin (2021) Lembar Kerja Peserta Didik adalah salah satu bentuk bahan ajar yang sering digunakan oleh pendidik dalam menyampaikan topik pembelajaran. LKPD adalah instrumen pedagogis yang esensial dalam konteks pembelajaran, karena berperan dalam penyampaian materi serta membantu siswa dalam analisis dan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan materi pembelajaran yang sedang disampaikan. Sejalan dengan perspektif yang diungkapkan oleh Sati & Mutmainnah (2023) mengemukakan bahwa LKPD merupakan bahan ajar yang dibutuhkan dalam menyampaikan topik pembelajaran, menganalisis dan memecahkan problem materi pembelajaran.

Proses pembelajaran disusun dan diterapkan dengan memanfaatkan media Geogebra. Tujuan utamanya adalah mendukung pemahaman peserta didik terhadap konsep teorema pythagoras. Pemilihan media pembelajaran ini bertujuan untuk membantu serta memotivasi peserta didik dalam mengeksplorasi materi teorema pythagoras secara lebih efektif. Menurut Hamidah *et al.*, (2020) menyatakan bahwa pemanfaatan Geogebra dalam konteks pembelajaran matematika akan memberikan kontribusi yang signifikan terhadap kemajuan proses pembelajaran di dalam ruang kelas.

Berdasarkan penjelasan yang disampaikan, materi mengenai teorema pythagoras dapat diaplikasikan melalui model *Problem Based Learning* dengan menggunakan perangkat lunak Geogebra. Dalam pelaksanaan pembelajaran, peserta didik akan dikelompokkan secara heterogen untuk meningkatkan efektivitasnya. Pada pembelajaran materi mengenai teorema pythagoras, peneliti menyajikan suatu permasalahan dengan menggunakan berbagai konteks yang telah di telaah sebagai pendahuluan pembelajaran yang tertuang dalam bahan ajar. Tahap-tahap pembelajaran mengenai teorema pythagoras melalui model *Problem Based Learning* yang berbantuan Geogebra diuraikan secara rinci dalam Tabel 2.5 yang terlampir.

Tabel 2.5 Sintaks *Problem Based Learning* Berbantuan Geogebra

Sintaks <i>Problem Based Learning</i> Berbantuan Geogebra		
No.	<i>Learning</i> Berbantuan Geogebra	Kegiatan Pendidik Kegiatan Peserta Didik
1	Orientasi siswa pada masalah	- Guru memilih topik matematika yang sesuai dengan kurikulum dan merumuskan masalah yang termuat dalam bahan ajar dan <i>software</i> Geogebra. - Mengidentifikasi konsep matematika yang ingin ditekankan melalui masalah tersebut. - Guru memberikan pengantar tentang Geogebra dan menjelaskan cara menggunakan alat-alat dasar dalam konteks pemecahan masalah. - Memastikan peserta didik memahami potensi Geogebra dalam membantu eksplorasi matematika.
2	Mengorganisasi siswa	- Mengorganisir peserta didik ke dalam kelompok-kelompok kecil. - Memberikan penjelasan tentang masalah matematika yang perlu diselesaikan menggunakan Geogebra.
3	Membimbing penyelidikan	- Berpartisipasi aktif dalam diskusi kelompok untuk berbagi ide, strategi, dan temuan. - Memanfaatkan keahlian individu dalam kelompok untuk memecahkan bagian tertentu dari masalah.
		- Menggunakan Geogebra untuk mengembangkan

Sintaks <i>Problem Based Learning</i> Berbantuan Geogebra			
No.		Kegiatan Pendidik	Kegiatan Peserta Didik
		mendekati masalah. - Mendorong diskusi dalam kelompok untuk merencanakan strategi penyelidikan dengan Geogebra.	solusi yang tepat untuk masalah matematika. - Menjelaskan Langkah-langkah mereka dan memastikan bahwa solusi mereka terkait dengan konsep matematika yang relevan.
4	Mengembangkan dan menyajikan hasil	- Mengamati kelompok-kelompok saat mereka bekerja dengan Geogebra. - Memberikan bimbingan tambahan jika diperlukan dan menjawab pertanyaan untuk membantu pemahaman. Memfasilitasi sesi presentasi kelompok, di mana setiap kelompok membagikan solusi mereka menggunakan Geogebra. - Mendorong diskusi reflektif tentang proses pemecahan masalah dan konsep matematika yang ditemui.	- Bersama kelompok, menyusun presentasi yang mencakup solusi, visualisasi Geogebra, dan pemahaman konsep. - Mempersiapkan diri untuk menjawab pertanyaan dari guru dan teman-teman. - Mempresentasikan solusi kelompok dengan menggunakan Geogebra. - Terlibat dalam diskusi reflektif tentang proses dan pemahaman matematika yang ditemui
5	Menganalisis dan evaluasi masalah	- Melakukan penilaian formatif dengan memberikan umpan balik terhadap solusi dan presentasi kelompok.	- Terlibat dalam sesi evaluasi di mana peserta didik dan guru memberikan umpan balik terhadap presentasi dan solusi kelompok. - Menerima umpan balik dan merefleksikan

Sintaks <i>Problem Based Learning</i> Berbantuan Geogebra		Kegiatan Pendidik	Kegiatan Peserta Didik
No.		- Menilai pemahaman konsep matematika melalui solusi yang dihasilkan.	proses pembelajaran mereka.

Kegiatan pembelajaran mengenai teorema pythagoras, peneliti akan mempersembahkan suatu permasalahan dengan menggunakan konteks sebagai titik awal pembelajaran yang terdokumentasi dalam bahan ajar. Sintaksis dalam pembelajaran teorema pythagoras dengan memanfaatkan model *Problem Based Learning* berbantuan Geogebra adalah sebagai berikut:

(1) Orientasi Masalah Pada Peserta Didik

Tahap orientasi ini merupakan langkah pengenalan yang fundamental. Pada tahap awal ini, pendidik memperkenalkan kepada peserta didik mengenai tujuan pembelajaran serta masalah yang akan diselesaikan oleh peserta didik, yaitu permasalahan terkait konteks yang tercatat dalam bahan ajar. Konteks mengenai ukuran foto sebagai salah satu contoh yang menjadi titik awal dalam proses pembelajaran.

(2) Mengorganisasikan Peserta Didik untuk Belajar

Dalam langkah ini, pendidik melakukan pengelompokan peserta didik ke dalam kelompok-kelompok yang telah disusun, diikuti dengan pemberian tugas pembelajaran kepada setiap kelompok agar peserta didik dapat bekerja bersama-sama dalam menyelesaikan permasalahan yang telah disajikan.

(3) Membimbing Penyelidikan

Pada tahap ini, pendidik memberikan panduan kepada peserta didik dalam melakukan investigasi terkait permasalahan yang sedang dihadapi. Di sini, peserta didik akan terlibat dalam sejumlah aktivitas selama proses pembelajaran, termasuk pengungkapan ide, berpendapat, dan mempertimbangkan ide-ide pemecahan masalah yang disampaikan. Semua ide tersebut akan didiskusikan secara kolaboratif, baik di antara anggota kelompok maupun dengan arahan dari pendidik. Pada tahap ini, Geogebra juga akan digunakan sebagai alat bantu pembelajaran.

(4) Mengembangkan dan Menyajikan Hasil

Pada tahap ini, peserta didik diarahkan untuk merumuskan simpulan terkait konsep teorema pythagoras dengan menggunakan bahasa yang mereka pahami. Selain itu, peserta didik diberi kesempatan untuk menyajikan hasil pemecahan masalah yang baru saja mereka lakukan kepada kelompok lainnya. Presentasi hasil tersebut dapat berbentuk laporan tertulis, laporan lisan, atau bahkan model visual yang menggambarkan pemahaman mereka terhadap konsep teorema pythagoras.

(5) **Menganalisis dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah**

Pada tahap ini, peran pendidik menjadi sangat penting. Pendidik bertanggung jawab untuk melakukan analisis terhadap solusi yang dihasilkan oleh peserta didik guna mengevaluasi kebenarannya secara akurat. Selain itu, pendidik juga memberikan klarifikasi terhadap kesalahan yang mungkin timbul selama proses pembelajaran. Pada langkah ini juga, peserta didik dan pendidik secara bersama-sama menyimpulkan konsep-konsep fundamental yang terkait dengan teorema pythagoras, mengintegrasikan pengetahuan yang diperoleh dari seluruh proses pembelajaran.

2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Hasil penelitian yang terkait dengan topik yang sedang diselidiki dapat disajikan sebagai berikut:

(1) Penelitian yang dilakukan oleh Raden (2023) yang berjudul “*Desain Pembelajaran Bangun Ruang Sisi Datar Melalui Problem Based Learning Berbantuan Geogebra*”

Hasil penelitian ini menyatakan bahwa penggunaan konteks kue dalam kegiatan belajar menjadi penghubung antara konteks dunia kehidupan sehari-hari dengan matematika formal. Perbedaannya dengan penelitian ini terletak pada orientasi literasi numerasi sebagai salah satu fokus utama dalam mendesain pembelajaran.

(2) Penelitian yang dilakukan oleh Budiyono *et al.*, (2019) yang berjudul “*Desain Pembelajaran Luas Lingkaran dengan Konteks Explore Dapur Berbasis Realistic Mathematics Education (RME) di Kelas VIII Sekolah Menengah Pertama (SMP)*”

Hasil Penelitian menunjukkan bahwa *Hypothetical Learning Trajectory* dapat membantu siswa 1) membuat potongan juring lingkaran dan mengubahnya menjadi sebuah bangun datar baru yaitu trapesium, 2) menemukan sendiri konsep luas lingkaran dengan pendekatan trapesium, 3) menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-

hari yang berkaitan dengan konsep luas lingkaran. Adapun strategi yang digunakan siswa yaitu 1) mensketsakan permukaan peralatan dapur berupa lingkaran, 2) membandingkan keliling dan diameter lingkaran untuk memperoleh nilai π , 3) menyusun juring menjadi trapesium dan memformulasikan konsep luas lingkaran, 4) menerapkan konsep luas lingkaran. Perbedaannya dengan penelitian ini adalah pada penggunaan model *Problem-Based Learning*, GeoGebra, dan literasi numerasi dalam satu kesatuan desain pembelajaran.

- (3) Penelitian yang dilakukan oleh Meylia *et al.*, (2023) yang berjudul “*Desain Pembelajaran Kesebangunan Bangun Datar Melalui Model Problem Based Learning Berbantuan Geogebra*”

Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dapat melalui hipotesis lintasan belajar melalui konteks bangunan bersejarah kota tua, yang terdiri dari aktivitas: (1) mengamati gambar asli dengan gambar di dalam foto, (2) menunjukkan bagian yang bersesuaian, (3) menemukan perbandingan yang sama, (4) mengidentifikasi dua bangun datar, (5) mengelompokkan sisi dan sudut yang bersesuaian dengan bantuan geogebra, (6) menganalisis syarat kesebangunan bangun datar, (7) memecahkan masalah kontekstual yang berkaitan dengan kesebangunan. Perbedaan dengan penelitian ini adalah berorientasi literasi numerasi pada peserta didik.

- (4) Penelitian yang dilakukan oleh Ilma *et al.*, (2024) yang berjudul “*Desain Pembelajaran Pecahan Menggunakan Konteks Bendungan Watervang*”

Hasil penelitian ini lintasan belajar menggunakan konteks bendungan watervang dapat membantu siswa dalam mengembangkan pemahaman konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan. Perbedaannya dengan penelitian ini terletak pada konteks dan orientasi literasi numerasi pada peserta didik.

- (5) Penelitian yang dilakukan oleh Adolph (2021) yang berjudul “*Desain Pembelajaran Bilangan Bulat pada Konteks Nilai Tempat Mendukung Aplikasi Geogebra untuk Mendukung Kemampuan Literasi Numerasi Siswa Kelas IV*”

Hasil penelitian menunjukkan bahwa desain pembelajaran yang diterapkan cukup efektif dan diterima dengan baik oleh siswa. Respon dan antusiasme siswa terhadap proses pembelajaran juga menunjukkan hasil yang positif. Berdasarkan temuan ini, disarankan agar guru dapat mengimplementasikan desain pembelajaran tersebut dengan memanfaatkan media pembelajaran seperti papan bambu dan aplikasi GeoGebra, sebagai

inovasi dalam proses pembelajaran. Selain itu, guru juga disarankan untuk memberikan soal-soal yang berkaitan dengan literasi numerasi guna lebih mendukung peningkatan kemampuan literasi numerasi siswa. Perbedaannya dengan penelitian ini terletak pada konteks dan orientasi literasi numerasi pada peserta didik yang disusun dalam sebuah desain pembelajaran.

2.3 Kerangka Teoretis

Proses pembelajaran merupakan usaha yang ditujukan untuk memfasilitasi peserta didik dalam memperoleh pengetahuan. Agar terwujudnya proses pembelajaran yang efektif dan efisien, seorang pendidik harus menyusun perangkat pembelajaran yang komprehensif sebelum proses pembelajaran dimulai. Hal ini mencakup penyusunan modul ajar, penyusunan materi ajar, pemilihan metode pengajaran, penetapan tujuan pembelajaran, dan penentuan media pembelajaran yang sesuai. Selain menyiapkan perangkat pembelajaran, pendidik juga harus memperhitungkan kemungkinan kendala yang mungkin timbul selama proses pembelajaran. Oleh karena itu, sangatlah penting bagi seorang pendidik untuk meramalkan tahapan belajar yang akan dilalui oleh peserta didik dalam memahami suatu konsep. Keberhasilan proses pembelajaran dapat diukur dari kemampuan peserta didik untuk memahami materi yang diajarkan dan mampu mengaplikasikannya dalam konteks situasi yang relevan dengan konsep tersebut. Salah satu strategi yang dapat dilakukan oleh seorang pendidik untuk menciptakan proses pembelajaran yang berkualitas adalah dengan merancang pembelajaran sedemikian rupa sehingga berjalan secara optimal.

Penelitian ini akan dibentuk suatu rancangan pembelajaran yang berupa *learning trajectory* terfokus pada materi teorema pythagoras, yang didasarkan pada perancangan *Hypothetical Learning Trajectory*. Tahap awal dari perancangan *Hypothetical Learning Trajectory* ini melibatkan penyajian masalah kontekstual yang relevan dengan konsep teorema pythagoras. Sebelum merancang *Hypothetical Learning Trajectory*, peneliti akan melakukan telaah literatur yang berhubungan dengan materi teorema pythagoras. Penelitian akan mengkaji berbagai permasalahan yang berkaitan dengan proses pembelajaran teorema pythagoras tersebut. Selain itu, akan dilakukan serangkaian wawancara eksploratif dengan guru mata pelajaran matematika di SMP Negeri 8

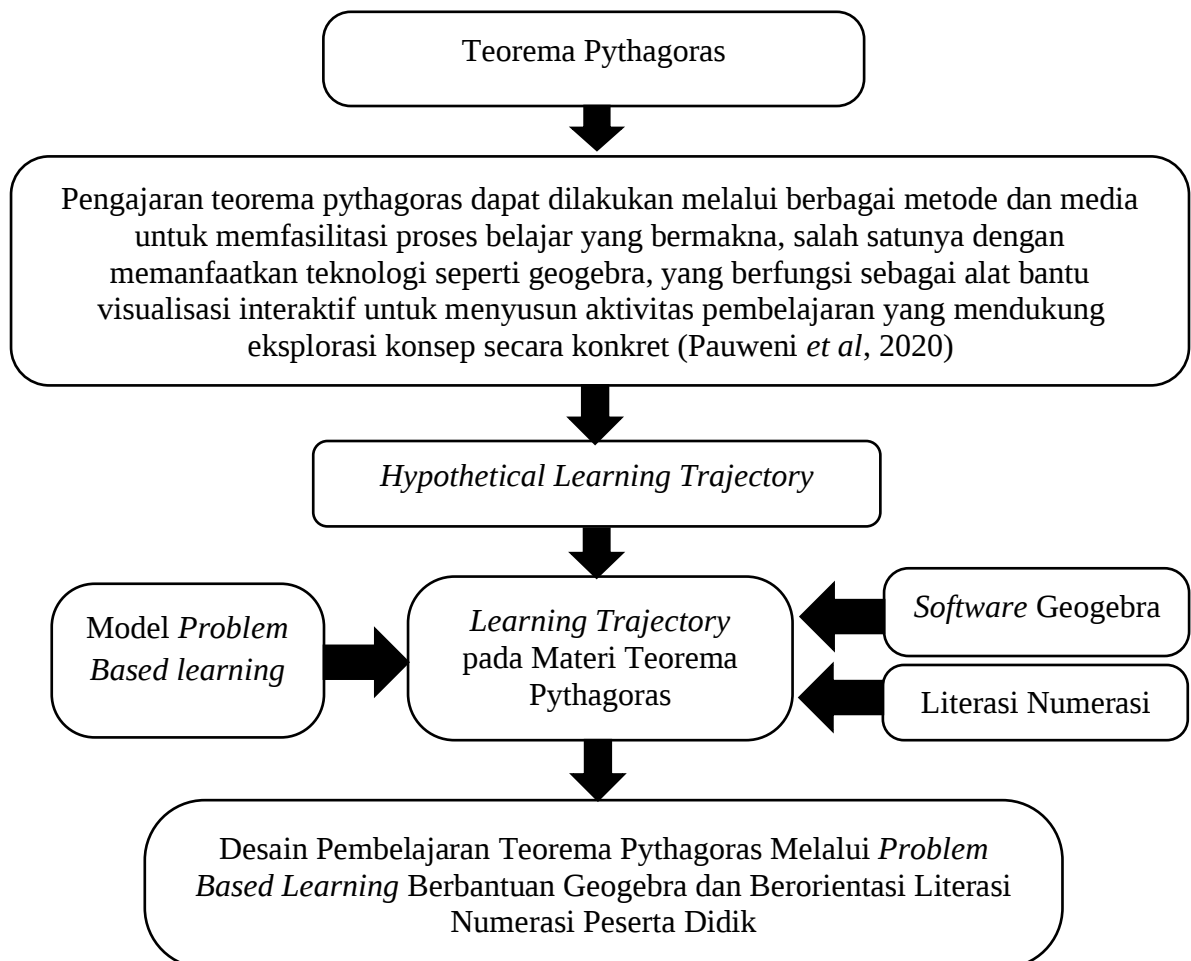
Tasikmalaya untuk memperoleh perspektif dan pengalaman yang berharga terkait dengan pengajaran materi teorema pythagoras.

Proses pembelajaran teorema pythagoras, terdapat sejumlah peserta didik yang menghadapi kesulitan dan hambatan dalam memperoleh pemahaman. Dalam hal ini, disebabkan oleh pendekatan pembelajaran yang masih cenderung berpusat pada peran guru. Peserta didik tidak diberikan kesempatan yang cukup untuk mengembangkan pemahaman mereka sendiri dalam merumuskan konsep-konsep yang dipelajari. Menurut Pauweni *et al.*, (2022) Pengajaran teorema pythagoras dapat dilakukan melalui berbagai metode dan media untuk memfasilitasi proses belajar yang bermakna, salah satunya dengan memanfaatkan teknologi seperti geogebra, yang berfungsi sebagai alat bantu visualisasi interaktif untuk menyusun aktivitas pembelajaran yang mendukung eksplorasi konsep secara konkret. GeoGebra adalah alat interaktif yang membantu siswa memvisualisasikan konsep teorema Pythagoras secara dinamis dan mendalam. Dengan *software* ini, siswa dapat menguji dan membuktikan teorema secara interaktif, yang meningkatkan minat dan hasil belajar mereka. Menurut Mashingaidze (2012) menyatakan bahwa menciptakan pengalaman belajar konkret dengan menghadirkan sesuatu yang dapat dibayangkan oleh peserta didik terkait konsep transformasi geometri dapat dimanfaatkan dalam proses pembelajaran. Maka dari itu, diperlukan upaya bagi pendidik untuk merancang pembelajaran teorema pythagoras yang memiliki makna, dengan menyajikan konteks pembelajaran yang relevan dengan pengalaman peserta didik.

Selain penerapan konteks pembelajaran, seleksi model pembelajaran yang sesuai juga merupakan aspek penting yang perlu dipertimbangkan. Dalam konteks penelitian ini, model pembelajaran yang diaplikasikan adalah *Problem Based Learning*. Menurut Toharudin (dalam Handayani & Koeswanti, 2021) mengemukakan bahwa model *Problem Based Learning* adalah model pembelajaran yang mempunyai ciri-ciri permasalahan dalam dunia nyata sebagai dasar dalam pada peningkatan berpikir kreatif serta penyelesaian permasalahan. Dalam hal ini menerapkan model *Problem Based Learning*, fokus pembelajaran tertuju pada permasalahan yang relevan dengan kehidupan peserta didik. Hal ini dapat memudahkan peserta didik dalam memahami konsep matematika serta menerapkannya dalam konteks kehidupan sehari-hari. Penggunaan

teknologi juga memainkan peran penting dalam mendukung proses pembelajaran, terutama dalam konteks teorema pythagoras.

Software yang dapat digunakan untuk membantu pemahaman konsep teorema pythagoras adalah Geogebra. Geogebra berfungsi sebagai alat bantu yang efektif dalam memvisualisasikan dan mendemonstrasikan konsep-konsep matematika yang berkaitan dengan teorema pythagoras. Berdasarkan pemaparan tersebut, peneliti bertujuan untuk melakukan penelitian desain pembelajaran yang berfokus pada pengembangan *learning trajectory* peserta didik dalam memahami materi teorema pythagoras. Penelitian ini akan mencakup tahap analisis *retrospektif* dari *eksperimen* pengajaran yang kemudian menghasilkan *learning trajectory*. Kerangka teoretis yang menjadi landasan bagi penelitian ini dijelaskan dalam gambar di bawah ini.



Gambar 2.7 Kerangka Teoretis

2.4 Fokus Penelitian

Fokus penelitian ini adalah mendesain pembelajaran materi teorema pythagoras dengan menggunakan model *Problem Based Learning* yang didukung oleh GeoGebra dan berorientasi literasi numerasi peserta didik. Penelitian ini menitikberatkan pada penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* yang mencakup urutan aktivitas pembelajaran, pemanfaatan konteks nyata, serta integrasi media teknologi dalam proses pembelajaran. Fokus ini mencakup bagaimana proses matematisasi peserta didik terjadi melalui pendekatan kontekstual dan digital, serta bagaimana pembelajaran tersebut dapat mendukung ketercapaian indikator literasi numerasi.