

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

Proses dalam membentuk dan menyusun bukti matematis disebut konstruksi bukti matematis. Konstruksi bukti matematis perlu dikuasai oleh setiap peserta didik. Hal tersebut berlaku sebab konstruksi bukti matematis berguna untuk menemukan kebenaran pernyataan dalam matematika. Menurut Shout (Wijayanti & Waluya, St Budi, Kartono, 2018) Konstruksi bukti matematis adalah menyusun bukti dengan diberikannya informasi awal berupa definisi dan teorema, kemudian menggunakan aturan penarikan kesimpulan dengan mengingat fakta yang ada, serta sampai pada kesimpulan yang diinginkan. Dalam mengkonstruksi bukti matematis mempunyai suatu proses, proses ini mencakup menyusun, menulis dan memahami bukti, maka secara sederhana proses mengkonstruksi bukti matematis dapat diartikan sebagai salah satu proses ketika peserta didik disajikan sejumlah informasi awal berupa soal pembuktian, kemudian dari soal tersebut peserta didik menulis dan menyusun bukti secara sistematis, jelas dan lengkap sehingga peserta didik mampu memahami bukti.

Beberapa penelitian menyebutkan bahwa banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian, terutama dalam hal mengkonstruksi bukti matematis. Penelitian yang berkaitan dengan kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematis telah dilakukan oleh Syamsuri (2016) dan Nadlifah (2020). Syamsuri (2016) mendapatkan dua sumber utama yang menjadi kesulitan mahasiswa dalam mengerjakan pembuktian, yaitu (1) pemahaman konsep; (2) memulai pembuktian. Sedangkan Nadlifah (2020) mengemukakan bahwa kesulitan dalam mengkonstruksi bukti disebabkan oleh dua hal, yaitu tidak tahu bagaimana menggunakan bahasa dan logika pembuktian serta kurangnya pengetahuan tentang definisi dan konsep. Oleh karena itu, mengkonstruksi bukti matematis diperlukan dalam menyelesaikan soal pembuktian.

Berdasarkan hasil observasi awal yang dilakukan oleh peneliti pada saat wawancara kepada salah satu guru matematika menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan soal pembuktian pada materi trigonometri di kelas XI MAN 1 Kota Tasikmalaya masih temukannya beberapa peserta didik yang mengalami kesulitan. Kesulitan tersebut diantaranya, kurang paham dalam mengaplikasikan teorema, definisi, aturan atau identitas trigonometri kedalam persamaan/soal yang akan dibuktikan sehingga dapat dikatakan bahwa peserta didik belum mampu memahami konsep pada materi tersebut. Berikut merupakan contoh penyelesaian soal pembuktian matematis yang mengalami kesulitan ketika menyelesaikannya.

Handwritten student work on a math problem. The problem asks to determine the value of  $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$  given  $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3}$ . The student's solution shows several steps of algebraic manipulation and the use of trigonometric identities, but it contains several errors and incomplete steps. Three callout boxes highlight specific difficulties:

- Peserta didik kesulitan dalam memulai pembuktian** (Student has difficulty starting the proof) - points to the initial steps of the solution.
- Kesulitan dalam mengaplikasikan identitas trigonometri** (Difficulty in applying trigonometric identities) - points to the use of the identity  $1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ .
- Tidak mampu mengupayakan untuk menyelesaikan** (Unable to make an effort to solve) - points to the final steps where the student fails to reach a conclusion.

**Gambar 1.1 Contoh Penyelesaian Soal Pembuktian**

Objek dasar dalam mengkonstruksi bukti matematis adalah definisi, aksioma atau teorema, dan fakta. Menurut Setyaningsih (2018, p.417) karena fakta, konsep, teorema dan prinsip adalah objek mental maka pemrosesan informasi akan terjadi dan akan tersimpan di memori. Memori merupakan tempat pemrosesan informasi, sedangkan memori jangka panjang merupakan tempat disimpannya informasi-informasi dalam bentuk skema. Skema merupakan pengetahuan yang disimpan seseorang dalam pikirannya bertugas untuk memahami, mempresentasikan, dan menggunakan pengetahuan.

Peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis tidak selalu sama karena setiap peserta didik memiliki cara yang berbeda dalam menerima dan mengolah informasi. Cara khas dalam menerima dan mengolah informasi dinamakan gaya berpikir (Uno dalam Hidayat, 2019, p. 739). Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa dalam mengkonstruksi bukti matematis dapat dipengaruhi oleh gaya berpikir seperti gaya berpikir sekuensial konkret, sekuensial abstrak, acak konkret, dan acak abstrak. Dari perbedaan jenis gaya berpikir mengakibatkan beragamnya jawaban peserta didik dalam menyelesaikan soal pembuktian Fitriana, N., Agoestanto, A., & Hendikawati, P (2019).

Cara berpikir akan membantu peserta didik dalam mengolah informasi baru melalui proses adaptasi (asimilasi dan akomodasi). Proses adaptasi yang baik membantu peserta didik membentuk struktur konsep dalam bentuk skema-skema yang runtut dan lengkap. Skema-skema ini terus berkembang sesuai dengan pengalaman dan cara peserta didik mengolah informasi. Skema menggambarkan pola pemikiran dan perilaku yang saling berkaitan dan sistematis, yang dibangun dari pengalaman kemudian tersimpan dalam memori dan fungsi untuk memantapkan dan membentuk pengetahuan baru.

Dalam hal ini, dapat dikatakan bahwa untuk menyelesaikan masalah diperlukan cara berpikir yang berbeda dengan begitu peserta didik menggunakan skemanya untuk menentukan solusi masalah. Penelitian ini fokus pada skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis yang digambarkan menggunakan *cognitive map* (peta kognitif). Menurut Summut-Bonnici, T., & McGee, J dalam Yohanes & Yusuf (2021) *Cognitive map* merupakan gambaran dan konsep mental yang dibangun untuk memvisualisasikan dan mengasimilasikan informasi. Peta kognitif memberikan gambaran kemampuan seseorang dalam membangun pengetahuan yang dapat digunakan selain itu juga data menggambarkan interkoneksi antara pengetahuan, masalah, prosedur dan hasil berpikir. Permasalahan dari peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika haruslah diketahui peta kognitif peserta didik. Hasil dari peta kognitif tersebut dapat diketahui arah skema pengetahuan dari peserta didik Yohanes & Yusuf (2021,

p.2217). Skema berfungsi untuk menerima, memahami, mengingat, mempelajari, dan menyelesaikan suatu masalah.

Salah satu materi yang berkaitan dengan soal pembuktian adalah trigonometri. Trigonometri merupakan salah satu materi yang didalamnya terdapat satu sub-bab, yaitu aturan sinus, cosinus, dan luas daerah segitiga. Aturan-aturan tersebut banyak digunakan dalam membuktikan suatu pernyataan. Dari aturan-aturan itulah didapatkan beberapa aturan atau rumus baru dalam ruang lingkup trigonometri. Untuk membatasi topik yang sangat luas dimana nantinya saat mengerjakan tes dikhawatirkan peserta didik tidak dapat menjawab, bukan karena tidak mampu melakukan pembuktian, tetapi karena lemah dalam penguasaan materinya, maka pada penelitian ini, soal-soal pembuktian yang diberikan hanya sekitar topik aturan sinus, cosinus dan luas segitiga.

Penelitian yang telah memfokuskan pada konstruksi bukti matematis adalah penelitian Syamsuri (2016) dengan judul “Skema Berpikir Mahasiswa Dalam Mengkonstruksi Bukti Formal Menggunakan *Cognitive Mapping*” penelitian ini berfokus untuk mendeskripsikan kesalahan dalam mengkonstruksi bukti menggunakan peta kognitif yang disebut *Cognitive Mapping*. Sedangkan, pada penelitian yang akan dilaksanakan peneliti akan berfokus untuk menganalisis bagaimana struktur pengetahuan peserta didik di sekolah menengah atas yang memiliki gaya berpikir Gregorc dalam mengkonstruksi bukti matematis, sehingga nantinya struktur masalah dan peta kognitifnya dan dianalisis skema peserta didiknya.

Berdasarkan permasalahan yang diuraikan diatas, peneliti melakukan sebuah penelitian yang mengkaji lebih dalam terhadap skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis pada jenjang sekolah menengah atas, oleh karena itu penelitian ini berjudul **“Analisis Skema Peserta Didik dalam Mengonstruksi Bukti Matematis Peserta Didik ditinjau dari Gaya Berpikir Gregorc”**.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dipaparkan, maka dikemukakan rumusan masalah sebagai berikut:

- (1) Bagaimana skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Sekuensial Konkret (SK)?
- (2) Bagaimana skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Sekuensial Abstrak (SA)?
- (3) Bagaimana skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Acak Konkret (AK)?
- (4) Bagaimana skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Acak Abstrak (AA)?

## 1.3 Definisi Operasional

Berikut ini definisi operasional dari setiap variabel untuk menghindari kesalahpahaman penafsiran.

### 1.3.1 Analisis

Analisis adalah suatu usaha penyelidikan dalam mengurai suatu permasalahan menjadi bagian-bagian yang lebih terperinci untuk mengetahui keadaan sebenarnya dan melakukan keterkaitan antara bagian satu dengan bagian lainnya sehingga mendapat penjelasan dari setiap bagiannya yang kemudian memperoleh suatu kesimpulan. Analisis ini dimulai dengan mengetahui terlebih dahulu setiap tipe gaya berpikir peserta didik yang diperoleh dari angket yang dimodifikasi dari John Park Le Tellier. Kemudian dilakukan analisis terhadap skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis dari tiap tipe gaya berpikir, untuk mengetahui skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis yang diperoleh maka digambarkan menggunakan *cognitive map* dan dianalisis menggunakan skema dalam mengkonstruksi bukti matematis.

### 1.3.2 Skema

Skema adalah struktur pengetahuan yang tersimpan dalam memori bertugas memahami pengetahuan, menafsirkan pengetahuan baru dan menggunakan

pengetahuan tersebut. Skema dapat digambarkan menggunakan *cognitive map* (peta kognitif) dan dianalisis menggunakan skema dalam mengkonstruksi bukti menurut Syamsuri yaitu aspek pemahaman konsep memiliki elemen (1) kecukupan rincian; (2) kejelasan; (3) langkah penting/ide utama; (4) refleksi, (5) pengetahuan awal yang cukup, (6) mampu menggunakan definisi, teorema, atau aksioma dan untuk aspek struktur logika memiliki elemen (1) kebenaran asumsi; (2) detail penyimpangan; (3) kerapian penyajian; (4) jenis bukti; (5) penggunaan simbol. Terdiri dari 4 kuadran, yaitu: kuadran I konstruksi bukti betul, kuadran II konstruksi bukti tidak lengkap, kuadran III konstruksi bukti salah konsep, kuadran IV konstruksi bukti salah berlogika. Untuk aspek pemahaman konsep dan aspek struktur logika dapat dilihat dari hasil jawaban peserta didik namun apabila terdapat elemen dari aspek pemahaman konsep dan aspek struktur logika yang belum jelas dihasil jawaban maka akan ditanyakan pada saat wawancara.

### **1.3.3 Konstruksi Bukti Matematis**

Konstruksi bukti matematis adalah proses membentuk dan menyusun bukti dengan dibekali definisi, teorema atau aksioma, lalu menggunakan aturan penarikan kesimpulan dengan mengingat fakta yang ada, serta sampai pada kesimpulan yang diinginkan. Pada penelitian ini materi yang digunakan adalah trigonometri dengan sub-bab aturan sinus, aturan cosinus, dan luas daerah segitiga.

### **1.3.4 Gaya Berpikir Gregorc**

Gaya berpikir merupakan karakteristik atau cara yang dimiliki setiap individu dalam melihat sesuatu, serta memahami, mengatur dan memproses informasi sehingga dapat menyelesaikan masalah dengan cara yang efektif. Dalam penelitian ini gaya berpikir yang digunakan adalah gaya berpikir Gregorc, terdapat empat jenis gaya berpikir diantaranya Sekuensial Konkret (SK), Sekuensial Abstrak (SA), Acak Konkret (AK), dan Acak Abstrak (AA).

#### **1.4 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan diatas, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

- (1) Mendeskripsikan skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Sekuensial Konkret (SK);
- (2) Mendeskripsikan skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Sekuensial Abstrak (SA);
- (3) Mendeskripsikan skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Acak Konkret (AK);
- (4) Mendeskripsikan skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Acak Abstrak (AA).

#### **1.5 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan tujuan penelitian yang telah dikembangkan, maka hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat secara teoritis dan praktis:

##### **(1) Manfaat Teoritis**

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi sumber informasi bagi peneliti lain untuk melakukan penelitian lebih lanjut mengenai skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Gregorc.

##### **(2) Manfaat Praktis**

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat praktis bagi:

- a. Guru matematika, diharapkan dapat memperoleh informasi tentang skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Gregorc.
- b. Peserta didik, diharapkan dapat mengembangkan skema terutama dalam mengkonstruksi bukti matematis.
- c. Peneliti, diharapkan dapat menjadi wadah pengembangan diri untuk menuangkan ide, gagasan maupun karya dalam menyelesaikan permasalahan yaitu menganalisis skema peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis ditinjau dari gaya berpikir Gregorc.