

## **BAB 2**

### **LANDASAN TEORETIS**

#### **2.1. Kajian Teori**

##### **2.1.1 Berpikir *Pseudo***

Berpikir adalah aktivitas mental yang dapat dilihat melalui ekspresi tingkah laku yang tampak berupa hasil penyelesaian pernyataan-pernyataan atau tugas peserta didik (Supratman, 2015). Sejalan dengan Prayitno (2015) dan Prayitno, Subanji dan Muksar (2016) menyatakan bahwa berpikir adalah aktivitas mental yang dilakukan oleh peserta didik dalam menyelesaikan masalah yang dapat dilihat perilakunya melalui hasil penyelesaian tugas.

Arti kata dasar “pikir” dalam kamus bahasa Indonesia adalah akal budi, ingatan, angan-angan. Sedangkan ”berpikir” menurut kamus bahasa indonesia adalah menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan. Alfred North (dalam Wibawa, 2016) mengemukakan bahwa pikiran adalah instrumen yang pertama harus diasah dan kemudian digunakan. Kemahiran menyelesaikan suatu masalah adalah bagian dari mengasah pikiran. Pada umumnya tujuan manusia berpikir adalah agar manusia mampu memperoleh makna tentang setiap hal yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari. Sedangkan fungsi utama manusia berpikir untuk merumuskan, memecahkan masalah, membuat suatu keputusan dan mencari pemahaman.

Proses berpikir dalam konteks pemahaman merupakan ukuran kualitas dan kuantitas hubungan antara suatu ide dengan ide yang telah ada atau dimiliki. Pemahaman tersebut sangat bergantung pada modal ide yang dimiliki dan kualitas hubungan antar ide tersebut. Ide yang dipahami dihubungkan dengan banyak ide yang lain oleh jaringan konsep dan prosedur yang bermakna (Subanji dan Nusantara, 2013). Menentukan beberapa indikator untuk menelusuri proses berpikir konseptual, proses berpikir semi konseptual, dan proses berpikir komputasional.

Walaupun aktivitas berpikir terjadi secara individu, tetapi juga berkaitan erat dengan faktor-faktor lain yang saling berinteraksi. Dengan kata lain aktivitas

berpikir itu berkaitan erat dengan lingkungan, budaya setempat dan interaksi sosial yang terjadi. Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Semua petunjuk akan mampu dipecahkan bagi orang-orang yang mau berpikir atas pemecahannya.

Marzano (Wibawa, 2016) mengemukakan bahwa berpikir yang dilakukan manusia meliputi lima dimensi yaitu:

1. Metakognisi, yang merupakan kesadaran seseorang dalam melakukan suatu aktivitas berpikir dan dapat mengontrol apa yang sedang dipikirkan, termasuk komitmen, sikap, dan minat.
2. Berpikir kritis dan kreatif, merupakan dua komponen yang sangat mendasar. Berpikir kritis adalah berpikir logis dan objektif tentang sesuatu itu apakah masuk akal, memutuskan tentang apa yang diyakini dan dilakukan, serta refleksi secara sadar kesalahan yang dibuat. Sedangkan berpikir kreatif adalah kemampuan untuk membentuk kombinasi ide-ide baru untuk memenuhi suatu kebutuhan atau untuk mendapatkan hasil yang orisinal dan tepat, dan sesuai dengan kriteria yang diharapkan.
3. Proses berpikir, memiliki delapan komponen utama, yaitu: (1) pembentukan konsep, (2) pembentukan prinsip, (3) pemahaman, (4) pemecahan masalah, (5) pengambilan keputusan, (6) penelitian, (7) penyusunan, dan (8) berwacana secara oral.
4. Keterampilan berpikir utama, juga memiliki delapan keterampilan, yaitu: memfokuskan meliputi mendefinisikan masalah, menetapkan tujuan, keterampilan mendapatkan informasi meliputi mengamati, merumuskan pertanyaan, keterampilan mengingat meliputi mengkodekan, memanggil kembali, keterampilan mengorganisasikan meliputi membandingkan, mengklasifikasikan, mengurutkan, dan merepresentasikan, keterampilan menganalisa meliputi mengidentifikasi ciri-ciri dan bagian-bagian, mengidentifikasi ide pokok, mengidentifikasi hubungan dan pola, mengidentifikasi kesalahan, keterampilan mengintegrasikan meliputi menyingkat, menyusun kembali, serta kemampuan mengevaluasi diantaranya menentukan kriteria dan menguji kembali.

5. Hubungan antara berpikir dengan pengetahuan tertentu (*content area knowledge*). Beberapa dimensi berpikir saling terkait dengan *content area knowledge*. Kita dapat menentukan masalah atau mengidentifikasi pola-pola jika memiliki pengetahuan yang cukup tentang topik yang bersangkutan. Pengetahuan itu disimpan dalam struktur mental yang dinamakan skemata.

Beberapa hal yang paling sering disoroti dalam dunia pendidikan adalah kemampuan peserta didik dalam memahami suatu konsep, memecahkan masalah, dan membuat suatu keputusan apa yang harus dilakukan. Seringkali peserta didik atau seseorang tampak seperti memahami suatu konsep, memecahkan masalah melalui hasil akhir yang ditemukan dan pembuatan keputusan yang cepat, akan tetapi proses yang terjadi di dalam otak (proses berpikirnya) salah atau keliru. Seperti misalnya: peserta didik ketika ditanya  $5y + 4y$ ? sebagian besar akan menjawab  $9y$ . Tapi ketika ditanya apakah arti  $5y$ ? Peserta didik tidak mampu menjelaskan dan ketika ditanya mengapa  $5y + 4y = 9y$ . mengapa tidak  $9y^2$  atau  $11y$ , kan  $5 + 4 = 9$  dan  $y + y = 2y$ . Jadi totalnya  $11y$ . Hal ini merupakan satu masalah serius dalam dunia pendidikan dan apabila terjadi secara terus menerus akan berakibat pada kerusakan permanen yang terjadi dalam otak seseorang dalam hal berpikir dan cara berpikirnya. Kondisi seperti ini dinamakan berpikir *pseudo* atau berpikir semu.

Vinner (Brousseau,1988) bahwa kontrak pembelajaran yang telah membuat peserta didik tidak boleh menunjukkan ketidaktertarikan mereka dalam kegiatan pembelajaran yang telah diatur oleh sistem pendidikan. Itu mengakibatkan bukannya proses belajar atau pemecahan masalah yang terjadi, melainkan peserta didik mencoba proses lain yang bertujuan hanya untuk menghasilkan jawaban yang benar.

Seringkali peserta didik atau seseorang tampak seperti memahami suatu konsep, mampu memecahkan masalah melalui hasil akhir yang ditemukan dan pembuatan keputusan yang cepat, akan tetapi proses yang terjadi di otak (proses berpikirnya) salah atau keliru. ketika peserta didik diberikan soal operasi bilangan  $2 + 5 = 5 + 2$  semua peserta didik menjawab “sama” dengan alasan bahwa sifat komutatif adalah sifat dengan menukar tempat bilangan. Ketika diberikan soal

$4 - 2 = 2 - 4$  peserta didik 40% menjawab “sama” dengan alasan seperti soal no 1 bahwa sifat komutatif adalah sifat menukar tempat bilangan. Hal ini merupakan suatu masalah yang serius dalam dunia pendidikan dan apabila ini terjadi secara terus menerus akan berakibat pada kerusakan permanen yang terjadi dalam otak seseorang dalam hal berpikir dan cara berpikirnya. Kondisi seperti ini dinamakan berpikir *pseudo* atau berpikir semu.

Berpikir *pseudo* dalam dunia pendidikan pertama kali diperkenalkan oleh Vinner melalui artikelnya yang berjudul “*the pseudo conceptual and pseudo analytical thought processes in mathematics learning*”. Dalam pembelajaran peserta didik diharapkan mampu memikirkan tentang konsep, makna dan hubungannya. Berkaitan dengan hal tersebut dijelaskan Vinner (1997) bahwa ada dua kegiatan dalam pembelajaran matematika dimana peserta didik dan dosen sering terlibat yaitu, (1) peserta didik berdiskusi dengan dosen tentang makna dan gagasan matematika tertentu. (2) maha peserta didik memecahkan masalah matematik secara individu. Pada kegiatan pertama peserta didik diharapkan berpikir tentang konsep, makna dan keterkaitannya. Jika peserta didik benar-benar melakukannya, mereka berada dalam modus berpikir konseptual. Tetapi jika tidak, namun mereka berhasil memberikan jawaban yang tampaknya konseptual, maka hal ini akan digambarkan sebagai pemikiran *pseudo* konseptual. Pada kegiatan kedua, jika peserta didik bertindak dengan cara yang diharapkan, maka proses berpikir tersebut disebut sebagai analisis. Jika mereka tidak bertindak dengan cara seperti itu, dan belum berhasil membuat kesan bahwa mereka terlibat dalam analisis pemecahan masalah, maka ini akan dijelaskan sebagai berpikir *pseudo* analisis.

Wibawa (2016) membuat perbedaan dari istilah yang dipaparkan oleh Vinner (1997) dan Subanji (2007) bahwa terdapat dua sudut pandang terkait dengan berpikir *pseudo* 1) Berpikir *pseudo* berdasarkan hasil akhir (jawaban akhir) yang diberikan dibagi menjadi dua, yaitu berpikir *pseudo*- benar dan berpikir *pseudo*-salah. Peserta didik yang mampu memberikan jawaban yang benar namun tidak dapat memberikan justifikasi pada jawaban yang diberikan, seperti tidak dapat menjelaskan apa makna dari jawaban yang diberikan dan mengapa bisa

menggunakan cara itu maka peserta didik tersebut dikategorikan sebagai peserta didik yang sedang berpikir *pseudo*-benar. Sedangkan peserta didik yang memberikan jawaban salah namun dapat memperbaiki kesalahan setelah diajak untuk refleksi diri atau dilakukan reorganisasi struktur berpikir maka peserta didik tersebut dikategorikan sebagai peserta didik yang sedang berpikir *pseudo*-salah.

2) Berpikir *pseudo* berdasarkan proses yang diberikan dibagi menjadi dua, yaitu: berpikir *pseudo* konseptual dan *pseudo* analitik.

Berpikir *pseudo* adalah berpikir semu. Dalam hal ini hasil yang tampak dari suatu proses penyelesaian masalah bukan merupakan keluaran dari aktifitas mental yang sesungguhnya. *Pseudo* benar terjadi ketika peserta didik memperoleh jawaban benar soal yang diberikan tetapi tidak bisa memberi alasan terhadap jawabannya atau salah dalam memberikan alasan. *Pseudo* salah terjadi Ketika jawaban peserta didik salah, tetapi setelah dilakukan refleksi, mereka dapat memperbaikinya menjadi jawaban yang benar. Sebenarnya siswa mampu menyelesaikan masalah yang diberikan, tetapi karena jawaban dihasilkan dari proses berpikir spontan, samar-samar, dan tidak terkontrol, maka hasilnya adalah jawaban yang salah.

Adapun faktor-faktor yang menyebabkan seseorang berpikir *pseudo* menurut Vinner (Nur, 2013):

1. Seseorang berkomitmen kognitif

Kurangnya keterlibatan kognitif selama proses pembelajaran, mengakibatkan pikiran tidak siap mengasimilasi informasi baru ke dalam struktur kognitifnya, bahkan proses mengakomodasi tidak dapat dilakukan sebagaimana dijelaskan pada teori kognitif piaget.

2. Hilangnya tahap kontrol dalam diri individu

Seseorang tidak bisa mengendalikan reaksi internal untuk stimulus ketika mendengar informasi atau melihat sebuah gagasan tertentu. Sehingga kecenderungan tersebut mengakibatkan seseorang tidak memeriksa responnya apakah benar atau salah.

3. Belajar hafalan (Ausubel, 1968)

Seseorang yang mencoba-coba menghafal informasi baru tanpa menghubungkan dengan konsep-konsep yang telah ada dalam struktur kognitifnya, maka dalam hal ini terjadi belajar hafalan.

#### 4. Kurangnya pemahaman konsep

Matematika sebagai ilmu terstruktur yang mempelajari tentang pola keteraturan. Dalam matematika terdapat topik atau konsep prasyarat sebagai dasar untuk memahami konsep selanjutnya. Ibarat membangun sebuah gedung bertingkat, lantai dua dan selanjutnya tidak akan terwujud apabila lantai sebelumnya yang menjadi prasyarat belum selesai. Begitu juga agar dapat memahami konsep-konsep selanjutnya.

#### 5. Faktor kebiasaan

Konsep pembiasaan (*conditioning*) dalam kaitannya dengan mengajar, agar peserta didik belajar dengan baik maka harus dibiasakan. Meskipun dalam pembiasaan menyelesaikan soal memberi dampak baik pada kegiatan belajar, tapi pembiasaan menyelesaikan soal yang tidak bervariasi mengakibatkan seseorang hanya mampu memahami dan menggunakan satu prosedur tertentu. Sehingga apabila ada soal yang menuntut prosedur yang lain, subjek tidak mampu menyelesaikan soal seperti yang dituntut oleh soal.

Indikator faktor-faktor penyebab berpikir *pseudo* yang dinyatakan oleh (Nur, 2013) sebagai berikut:

**Tabel 1.1 Faktor Penyebab Berpikir *Pseudo***

| No | Faktor-faktor penyebab berpikir <i>pseudo</i> | Indikator (minimal satu indikator terjadi)  |
|----|---|---|
| 1. | Kurangnya komitmen kognitif                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Salah satu persiapan pembelajaran tidak dilaksanakan</li> <li>• Melakukan kegiatan yang tidak berkaitan dengan pembelajaran ketika proses pembelajaran berlangsung</li> <li>• Mudah menyerah apabila menyelesaikan soal</li> </ul> |

|    |                                      |  |
|----|--------------------------------------|--|
| 2. | Hilangnya tahap control              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Merespon sebuah gagasan secara terburu atau spontan tanpa memeriksa kebenaran responnya</li> <li>• Mengabaikan salah satu komponen yang harus diketahui pada informasi atau gagasan yang diperoleh</li> </ul> |
| 3. | Belajar hafalan                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mencoba-coba menghafal informasi baru tanpa mengaitkan dengan informasi yang diperoleh sebelumnya baik berupa konsep, fakta atau prinsip dalam matematika</li> </ul>  |
| 4. | Kurangnya pemahaman konsep prasyarat | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Salah satu konsep prasyarat tidak dipahami dengan benar</li> </ul>  |
| 5. | Faktor kebiasaan                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Menyelesaikan soal sebagaimana prosedur penyelesaian yang biasa digunakan sebelumnya</li> <li>• Lebih yakin menggunakan prosedur penyelesaian soal tertentu, meskipun tidak dituntut oleh soal.</li> </ul>    |

Dalam penelitian ini berpikir *pseudo* yang akan digunakan adalah berpikir *pseudo* berdasarkan jawaban akhir yang diberikan, yaitu berpikir *pseudo* benar dan berpikir *pseudo* salah seperti yang dikaji oleh Subanji dan toto nusantara. Adapun indikator berpikir *pseudo* yang dikemukakan oleh (Subanji, 2007) adalah sebagai berikut:

**Table 1.2 Indikator Berpikir *Pseudo***

|                              | Indikator berpikir <i>pseudo</i>  |
|------------------------------|---|
| Berpikir <i>pseudo</i> benar | a. Ketika peserta didik menjawab pertanyaan dengan benar tapi proses penyelesaiannya salah. |

|                              |  |
|------------------------------|--|
|                              | b. Ketika konsep yang ditulis peserta didik tampak benar, tetapi pemahaman tentang konsep tersebut salah.  |
| Berpikir <i>pseudo</i> salah | <p>a. Ketika peserta didik menjawab pertanyaan dengan salah tetapi peserta didik tersebut bisa bernalar dengan benar, sehingga setelah direfleksi peserta didik tersebut dapat memperbaiki jawabannya.</p> <p>b. Ketika konsep yang ditulis peserta didik itu salah, tetapi pemahaman tentang konsep tersebut benar.</p> |

### 2.1.2. Pemahaman Matematik

Kemampuan pemahaman salah satu aspek yang sangat mendasar dan sangat penting dalam pembelajaran matematika. Pentingnya kemampuan pemahaman matematik peserta didik dikemukakan oleh Nirmala (Purwosusilo, 2014) yaitu “Membangun pemahaman pada setiap kegiatan belajar matematika akan mengembangkan pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang”. Dapat diartikan apabila semakin luas pemahaman tentang ide atau gagasan matematika yang dimiliki oleh seorang peserta didik, maka akan semakin bermanfaat dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang dihadapinya.

Sumarmo (2014) berpendapat “Pemahaman diartikan dari kata *understanding*, derajat pemahaman ditentukan banyak dan kuatnya keterkaitan dan secara umum indikator pemahaman matematika meliputi mengenal, memahami, dan menerapkan konsep, prosedur, prinsip, dan ide matematika”. Dengan demikian dapat disimpulkan kemampuan pemahaman matematik adalah kemampuan peserta didik memahami dan menerapkan konsep matematika untuk menyelesaikan suatu persoalan matematika.

Pengertian lain kemampuan pemahaman Menurut Polya (Hendriana & Sumarmo, 2014) merinci kemampuan pemahaman pada empat tingkat yaitu :



1. Pemahaman mekanikal yang dicirikan oleh kegiatan mengingat dan menerapkan rumusan secara rutin dan menghitung secara sederhana. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan tingkat rendah.
2. Pemahaman induktif: menerapkan rumus atau konsep dalam kasus sederhana atau dalam kasus serupa. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan tingkat rendah.
3. Pemahaman rasional: membuktikan kebenaran suatu rumus dan teorema. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan tingkat tinggi.
4. Pemahaman intuitif: memperkirakan kebenaran dengan pasti ( tanpa ragu-ragu) sebelum menganalisis lebih lanjut. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan tingkat tinggi.

Oleh karena itu dapat diartikan pemahaman mekanikal kegiatan mengingat dan menerapkan rumusan secara rutin, pemahaman induktif mampu menerapkan rumus dalam kasus yang berbeda, pemahaman rasional yaitu dapat membuktikan kebenaran suatu rumus dan pemahaman intuitif yaitu sebelum menyelesaikan soal maka dapat memperkirakan bahwa soal tersebut benar atau salah. Menurut Sumarmo (2014) kemampuan pemahaman matematik menyatakan “Secara umum indikator pemahaman matematika meliputi; mengenal, memahami dan menerapkan konsep, prosedur, prinsip dan idea matematika yang diklasifikasikan dalam beberapa tahap pemahaman matematik”.

Berdasarkan pendapat tersebut menjelaskan bahwa kemampuan pemahaman matematik merupakan kemampuan yang sangat mendasar dan penting pada pembelajaran matematika. Karena sebelum memecahkan suatu permasalahan maka harus memdahami suatu persoalan terlebih dahulu. Dan apabila pemahaman ide-ide atau gagasan luas maka akan bermanfaat pula dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Kemampuan pemahaman matematik peserta didik dibedakan menjadi empat jenis tingkat pemahaman yaitu pemahaman mekanikal, pemahaman induktif, pemahaman rasional dan pemahaman intuitif.

Berbeda dengan Polya, Pollatsek (Hendriana & Sumarmo, 2014) menggolongkan pemahaman dalam dua jenis, yaitu:

1. Memahami komputasional: menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik.
2. Memahami fungsional: mengaitkan suatu konsep/ prinsip dengan konsep/ prinsip lainnya dan menyadari proses yang dikerjakannya.

Skemp (1989) membedakan dua jenis pemahaman:

1. Pemahaman instrumental, yaitu hapal sesuatu secara terpisah atau dapat menerapkan sesuatu pada perhitungan rutin/ sederhana, mengerjakan sesuatu secara algoritmik saja.
2. Pemahaman rasional, yaitu dapat mengaitkan suatu dengan hal lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan.

Mirip dengan Pollatsek dan Skemp. Copeland (Hendriana & Sumarmo, 2014) menggolongkan pemahaman dalam dua jenis yaitu:

1. *Knowing how to*, mengerjakan suatu perhitungan secara rutin atau algoritmik.
2. *Knowing*, mengerjakan suatu perhitungan secara sadar.

Skemp (1976) membedakan pemahaman menjadi 2 jenis yaitu sebagai berikut: 1) Pemahaman instrumental: hafal konsep atau prinsip tanpa kaitan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus pada perhitungan sederhana, dan mengerjakan rumus secara algoritmik. Kemampuan ini tergolong kemampuan tingkat rendah; 2) Pemahaman relasional: mengkaitkan satu konsep atau prinsip dengan konsep atau prinsip lainnya. Kemampuan ini tergolong kemampuan tingkat tinggi.

Skemp (1976) menyatakan bahwa pemahaman relasional seseorang menggunakan suatu prosedur matematis berasal dari hasil menghubungkan berbagai konsep matematis yang relevan dalam menyelesaikan suatu masalah dan mengetahui mengapa prosedur tersebut dapat digunakan (*knowing what to do and why*).

Menurut NCTM (2000), untuk mencapai pemahaman yang bermakna maka pembelajaran matematika harus diarahkan pada pengembangan mengkoneksikan antar berbagai ide, memahami bagaimana ide-ide matematik saling terkait satu sama lain sehingga terbangun pemahaman menyeluruh, dan menggunakan matematika dalam konteks di luar matematika. Pemahaman relasional sifat

pemakaiannya lebih bermakna, termuat suatu skema atau struktur yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang lebih luas. Peserta didik yang berusaha memahami secara relasional akan mencoba mengaitkan konsep baru dengan konsep-konsep yang dipahami untuk dikaitkan dan kemudian merefleksikan keserupaan dan perbedaan antara konsep baru dengan pemahaman sebelumnya.

Peserta didik yang memiliki pemahaman relasional, memiliki fondasi atau dasar yang lebih kokoh dalam pemahamannya tersebut. Jika peserta didik lupa dengan rumus, maka ia masih punya peluang menyelesaikan soal dengan cara coba-coba. Sebagai tambahan, peserta didik dapat mengecek kebenaran hasil yang ia dapatkan dengan membalikkan rumus. Bagi peserta didik yang hanya memiliki pemahaman instrumental, ia hanya bisa menghafalkan rumus dan tidak faham dengan konsep. Ketika ia lupa dengan rumus, ia tak punya peluang untuk mencoba-coba. Jelaslah bahwa peserta didik yang memiliki pemahaman relasional akan memiliki keuntungan bagi dirinya.

Menurut Skemp (1976), minimal terdapat empat keuntungan dalam pemahaman relasional matematis yaitu sebagai berikut:

1. Lebih mudah diadaptasi pada tugas atau persoalan baru jika seseorang memiliki pemahaman relasional terhadap suatu topik, maka pemahamannya tersebut bisa lebih mudah diadaptasikan atau direlasikan pada topik-topik pengetahuan lain.
2. Lebih mudah untuk selalu diingat pembelajaran membutuhkan waktu yang relatif lama. Namun jika pemahaman tersebut telah dicapai maka pengetahuan yang ada pada peserta didik akan lebih mudah untuk selalu diingat.
3. Pemahaman relasional dapat lebih efektif sebagai tujuan itu sendiri.
4. Skema relasional merupakan hal yang pokok dalam kualitas ilmu pengetahuan. Seseorang yang telah mencapai tingkat pemahaman relasional, maka skema yang ia miliki akan dapat dikembangkan pada pengetahuan-pengetahuan lain baik berkaitan langsung maupun tidak langsung.

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini pemahaman diartikan sebagai kemampuan seseorang mengaitkan skema-skema tertentu yang sesuai ke dalam skema yang dimilikinya yang telah terbentuk didalam bayangan mental seseorang yang diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya.

Berdasarkan beberapa pendapat tersebut kemampuan pemahaman yang diukur dalam penelitian ini adalah kemampuan pemahaman menurut Skemp, yaitu pemahaman 1) Pemahaman instrumental yaitu hafal konsep atau prinsip tanpa kaitan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus pada perhitungan sederhana, dan mengerjakan rumus secara algoritmik. Kemampuan ini tergolong kemampuan tingkat rendah; 2) Pemahaman relasional yaitu mengkaitkan satu konsep atau prinsip dengan konsep atau prinsip lainnya. Kemampuan ini tergolong kemampuan tingkat tinggi.

Adapun beberapa pemahaman konsep matematika menurut Skemp (1976), sebagai berikut:

**Tabel 2.1 Pemahaman Konsep Matematika**

|                             | Pemahaman Instrumental  | Pemahaman Relasional  |
|-----------------------------|---|---|
| 1. Definisi                 | Kemampuan seseorang menggunakan prosedur matematik untuk menyelesaikan suatu masalah tanpa mengetahui mengapa prosedur ini digunakan ( <i>rules without reason</i> )      | Kemampuan menggunakan sutau aturan dengan penuh kesadaran mengapa ia menggunakan aturan tersebut ( <i>knowing what to do and why</i> )  |
| 2. cara menyampaikan konsep | <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Hapalan</li> <li>b. Bergantung pada petunjuk</li> <li>c. Tidak menggunakan alat dan hanya berfokuss pada perhitungan</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Keterkaitan banyak ide</li> <li>b. Membangun struktur konseptual</li> <li>c. Aktivitas semantik, seperti mencari sebab, membuat induksi mencari prosedur alternatif dan sebagainya</li> </ul> |
| 3. Kelebihan                | <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Pemahaman instrumental lebih mudah dipahami</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Lebih mudah disesuaikan untuk menyelesaikan</li> </ul>  |

|  | Pemahaman Instrumental   | Pemahaman Relasional   |
|--|--|--|
|  | b. <i>Reward</i> atau penghargaan dapat dengan cepat dan lebih jelas diberikan<br>c. Peserta didik dapat memperoleh jawaban yang cepat | tugas baru<br>b. Lebih mudah untuk mengingat kembali<br>c. Dapat menjadi tujuan yang efektif dalam diri sendiri<br>d. Memiliki skema yang dapat diperluas                              |
| 4. Contoh (peserta didik yang diberikan konsep mengenai luas segitiga dan persegi panjang) | Hapal rumus luas segitiga dan persegi panjang, tapi belum atau tidak tahu hubungan kedua rumus tersebut                                | Dapat merumuskan sendiri luas segitiga dari luas persegi panjang karena dapat menghubungkan bahwa segitiga terbentuk dari persegi panjang yang dibagi menjadi dua bangun yang kongruen |

Berdasarkan teori Skemp, pemahaman yang harus dimiliki peserta didik dalam pembelajaran matematika bukan hanya sekedar hapal rumus dan hitungan sederhana, namun juga dapat mengaplikasikannya dalam berbagai kasus dan paham bagaimana konsep atau rumus tersebut diperoleh, sehingga kedua pemahaman tersebut sangat dibutuhkan dalam setiap pembelajaran matematika baik instrumental maupun relasional.

Sumarmo (2014) menyatakan bahwa pemahaman matematik secara umum mempunyai indikator mengenal, memahami dan menerapkan konsep, prosedur, prinsip, dan ide matematika. Sedangkan (Suherman & Sujaya, 1990) merumuskan indikator yang dapat mengukur pemahaman biasanya menggunakan kata kerja operasional seperti kata-kata membedakan, mengubah, menginterpretasikan, menentukan, menyelesaikan, menggeneralisasikan, memberikan contoh, membuktikan, menyederhanakan, dan mensubstitusi. Jika seseorang telah paham

terhadap sesuatu, maka ia dapat mengungkapkan kembali konsep yang dipelajarinya dengan menggunakan bahasanya sendiri baik itu suatu konsep itu sendiri, objek-objek yang membentuk konsep tersebut, contoh dari konsep tersebut, bentuk representasi matematikanya, prosedurnya, maupun kaitan konsep matematika tersebut dengan konsep lainnya.

Menurut Mastie dan Johson (Wanhar, 2000), pemahaman terjadi ketika orang mampu mengenali, menjelaskan dan menginterpretasikan suatu masalah. Bila seseorang akan menjelaskan suatu situasi maka ada tiga aspek kemampuan yang harus diperhatikan untuk memahaminya, yaitu kemampuan mengenal, kemampuan menjelaskan dan kemampuan untuk menarik kesimpulan. Sebagai contoh, bila seseorang akan memahami suatu objek secara mendalam, maka menurut Michener (Sumarmo, 1987) ia harus mengenal : (1) Objek itu sendiri, (2) Mengenal relasinya dengan objek lain yang sejenis, (3) Mengenal relasinya dengan objek lain yang tidak sejenis, (4) Relasi-dual dengan objek lain yang sejenis, (5) Relasi-dual dengan objek lain yang tidak sejenis (dengan teori lain).

Skemp (Sumarmo, 1987) menyatakan bahwa pemahaman ada dua jenis, yaitu pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Pemahaman instrumental suatu konsep matematik berarti suatu pemahaman atas membedakan sejumlah konsep sebagai pemahaman konsep yang saling terpisah dan hanya hafal rumus dengan perhitungan sederhana. Sedangkan pemahaman relasional berarti dapat melakukan perhitungan secara bermakna pada permasalahan-permasalahan yang lebih luas. Pemisahan pemahaman tersebut memunculkan pemisahan mengenai pandangan pembelajaran yaitu pertama learning as knowing yang menganggap bahwa matematika telah dipahami jika peserta didik telah mengetahui dan hafal konsep-konsep dan terampil menggunakan prosedur.

Proses pembelajaran yang dilakukan pendidik yang berpandangan seperti ini hanya akan menghasilkan peserta didik dengan pengetahuan ingatan yang terpisah-pisah. Sedangkan yang kedua yaitu learning as understanding yaitu mengetahui saja tidak cukup dan pemahaman matematika telah dicapai peserta didik jika pengetahuan yang akan dicapai dikaitkan dengan pengetahuan yang sebelumnya dimiliki peserta didik. Proses pembelajaran tidak hanya fokus kepada

mengembangkan pemahaman dan prosedur saja, tetapi juga memfasilitasi peserta didik agar berpikir.

Sementara itu, Hiebert dan Carpenter (1992) mengklasifikasikan pemahaman matematis secara dikhotomi antara pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual. Pemahaman konseptual mendukung daya ingat, karena fakta-fakta dan metode yang dipelajari saling terkait, mereka lebih mudah untuk mengingat dan menggunakannya, serta mereka dapat mengkonstruksi ulang ketika lupa (Hiebert dan Carpenter, 1992). Pemahaman prosedural adalah pengetahuan tentang simbol untuk merepresentasikan ide matematika serta aturan dan prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan tugas matematika.

Sejalan dengan Hiebert dan Carpenter, Skemp (2006) juga membedakan pemahaman matematika dalam dua jenis, yaitu pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional didefinisikan sebagai “*knowing what to do and why*” dan pemahaman instrumental didefinisikan sebagai “*rules without reasons*”. Maksudnya adalah mengetahui apa yang dilakukan dan mengapa alasan melakukan hal tersebut, jadi peserta didik bukan sekedar mengerjakan soal sesuai prosedur saja. Tapi dapat memahami alasannya juga. Sedangkan definisi yang kedua adalah aturan yang tak beralasan. Mengerjakan soal dengan prosedur, namun tidak memahami apa yang dikerjakannya tersebut. Kemudian, Skemp (2006) merevisi definisi mengenai kedua pemahaman tersebut dan menyertakan jenis pemahaman yang baru, yang disebut pemahaman formal, yaitu: 1) Pemahaman instrumental merupakan kemampuan untuk menerapkan aturan yang tepat pada penyelesaian dari suatu masalah, tanpa mengetahui mengapa aturan tersebut bekerja. 2) Pemahaman relasional merupakan kemampuan untuk menarik kesimpulan aturan atau prosedur tertentu dari hubungan matematis yang lebih umum. 3) Pemahaman formal merupakan kemampuan untuk menghubungkan simbol dan notasi matematis dengan ide-ide matematis yang relevan, dan mengkombinasikan ide-ide tersebut ke dalam rangkaian penalaran logis.

Kebanyakan pendidik lebih memilih untuk mengajarkan pemahaman instrumental, karena mereka beranggapan bahwa pembelajaran matematika yang

menekankan pada pemahaman instrumental relatif lebih mudah. Berdasarkan anggapan ini, Skemp (2006) berpendapat bahwa para guru memilih untuk mengajarkan pemahaman matematis hanya pada level instrumental didasarkan pada salah satu atau beberapa alasan berikut ini: 1) Pemahaman relasional memerlukan waktu yang lebih lama untuk mencapainya. 2) Pemahaman relasional untuk topik-topik tertentu terlalu sulit. 3) Kemampuan relasional dibutuhkan untuk digunakan pada pelajaran lainnya (misalnya, sains), sebelum dapat dipahami secara relasional dengan skema yang segera tersedia pada peserta didik. 4) Guru matematika yang masih pemula cenderung instrumental, karena guru-guru lainnya pun seperti itu.

Walaupun pemahaman relasional dinilai lebih sulit dibandingkan dengan pemahaman instrumental, tetapi memiliki beberapa keuntungan. Skemp (2006) menyatakan bahwa minimal terdapat empat keuntungan dalam pemahaman relasional, antara lain: 1) Pemahaman relasional lebih mudah diadaptasikan pada tugas atau persoalan baru. 2) Lebih mudah untuk diingat. 3) Pemahaman relasional dapat lebih efektif sebagai tujuan, berkaitan dengan poin selanjutnya, yaitu: 4) Skema relasional merupakan hal yang pokok dalam kualitas ilmu pengetahuan. Polya (Meel, 2003) mengidentifikasi empat tahap dalam pemahaman matematis, yaitu: 1) Pemahaman mekanikal yang dicirikan oleh mengingat dan menerapkan rumus secara rutin dan menghitung secara sederhana. 2) Pemahaman induktif, yaitu menerapkan rumus atau konsep dalam kasus sederhana atau dalam kasus serupa. 3) Pemahaman rasional, yaitu membuktikan kebenaran suatu rumus dan teorema.

Pemahaman intuitif, yaitu memperkirakan kebenaran dengan pasti (tanpa ragu-ragu). Walle (2008:26) menurutnya pemahaman merupakan ukuran kualitas dan kuantitas hubungan suatu ide baru dengan ide sebelumnya. Berdasarkan prinsip tersebut, pada diri peserta didik akan memiliki tingkat pemahaman yang berbeda secara kognitif tergantung tingkat kemampuan awal yang dimilikinya. Pemahaman konsep matematis merupakan syarat mutlak yang harus dikuasai oleh peserta didik guna menunjang perkembangan kemampuan berpikir mereka ke tingkat yang lebih optimal. Sudjana (2019) mengungkapkan bahwa pemahaman



dapat dibedakan menjadi tiga kategori, yaitu dari tingkat terendah hingga tertinggi adalah pemahaman terjemahan, pemahaman penafsiran, dan pemahaman ekstrapolasi. Pemahaman terjemahan merupakan kemampuan menerjemahkan simbol-simbol matematika. Pemahaman penafsiran yakni kemampuan menghubungkan informasi-informasi yang telah ada dengan yang diketahui berikutnya untuk mendapatkan suatu pengetahuan baru.

Pemahaman ekstrapolasi kemampuan melihat dibalik yang tertulis, memperkirakan konsekuensi atau dapat memperluas persepsi dalam arti waktu, dimensi, kasus, ataupun masalahnya. Pernyataan Herdy (dalam Suherman, 2014) menguatkan pendapat para ahli tentang pemahaman, ia berpendapat bahwa ada tiga macam pemahaman matematika yaitu: pengubahan (*translation*), pemberian arti (*interpretation*), dan pembuatan ekstrapolasi (*ekstrapolation*).

Pemahaman translasi digunakan untuk menyampaikan informasi dengan bahasa dan bentuk yang lain dan menyangkut pemberian makna dari suatu informasi yang bervariasi. Interpolasi digunakan untuk menafsirkan maksud dari bacaan, tidak hanya dengan kata-kata dan frase, tetapi juga mencakup pemahaman suatu informasi dari sebuah ide. Sedangkan ekstrapolasi mencakup estimasi dan prediksi yang didasarkan pada sebuah pemikiran, gambaran kondisi dari suatu informasi, juga mencakup pembuatan kesimpulan dengan konsekuensi yang sesuai dengan informasi jenjang kognitif ketiga yaitu penerapan (*application*) yang menggunakan atau menerapkan suatu bahan yang sudah dipelajari dalam situasi baru, yaitu berupa ide teori atau petunjuk teknis.

Sedangkan Skemp (1976) membedakan pemahaman menjadi tiga macam, yaitu: instrumental; relasional; dan logis. Pemahaman instrumental merupakan kemampuan seseorang untuk menggunakan prosedur matematis guna menyelesaikan masalah tanpa mengetahui alasan mengapa prosedur itu digunakan, ia hanya sebatas mengetahui bagaimana prosedur itu digunakan. Pada tahap ini individu baru sekadar mengandalkan kemampuan menghafal. Pemahaman relasional merupakan suatu kemampuan menggunakan prosedur matematis dengan penuh kesadaran atas alasan dan penggunaannya. Pada

pemahaman tersebut individu telah mampu mengelaborasi konsep atau prinsip dengan benar guna menyelesaikan suatu masalah.

Pemahaman logis beranjak dari tindakan atau proses yang menghasilkan suatu hasil yang dapat meyakinkan diri sendiri maupun orang lain. Artinya, individu telah mampu membangun sebuah bukti sebelum ide-ide yang dimilikinya disebarkan secara formal maupun informal, sehingga membuat individu itu merasa yakin untuk menjelaskan kepada orang lain. Pada penelitian ini kemampuan matematis yang diteliti dibatasi pada kemampuan instrumental dan relasional. Menurut KillPatrick dan Findell (Andjung, 2014) mengemukakan bahwa indikator pemahaman matematik antara lain, yaitu: pertama kemampuan menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, kedua kemampuan mengklasifikasikan objek- objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut, ketiga kemampuan menerapkan konsep secara algoritma, keempat kemampuan memberikan contoh dari konsep yang dipelajari, kelima kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematika, keenam kemampuan mengaitkan berbagai konsep internal dan eksternal matematika, dan ketujuh kemampuan mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep.

Secara umum, indikator pemahaman matematika meliputi: mengenal, memahami, dan menerapkan konsep, prosedur, prinsip, dan ide matematika. Sumarmo, (2010). Keterkaitan dengan pentingnya pemahaman dalam matematika, Sumarmo (2010) mengatakan tujuan pengembangan pembelajaran matematika untuk memenuhi kebutuhan masa kini yaitu pembelajaran matematika perlu diarahkan untuk pemahaman konsep dan prinsip matematika yang kemudian diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika, masalah dalam disiplin ilmu lain, dan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Russefendi (2010) menyatakan bahwa pencapaian pemahaman dalam belajar mencerminkan domain *cognitive taxonomy* Bloom yang meliputi *translation*, *interpretation*, dan *extrapolation*. *Translation* yaitu kemampuan untuk mengubah simbol atau kalimat tanpa mengubah makna. *Interpretation* yaitu kemampuan menafsirkan, menjelaskan, membandingkan, membedakan, dan

mempertentangkan makna yang terdapat di dalam simbol verbal maupun non verbal. Ekstrapolation yaitu kemampuan untuk melihat kecenderungan atau arah kelanjutan dari suatu temuan (menghitung). Untuk mencapai pemahaman matematis sesuai dengan harapan tentunya tidak mudah, ada beberapa faktor yang menghambat pemahaman matematis dijelaskan Rumini dkk (Irham dan Wiyani, 2013) mengemukakan bahwa kesulitan belajar merupakan kondisi saat peserta didik mengalami hambatan-hambatan tertentu untuk mengikuti proses pembelajaran dan mencapai hasil belajar secara optimal.

### 2.1.3 Tinjauan Materi

Barisan adalah susunan yang dibentuk menurut aturan tertentu, masing-masing bilangan pada suatu barisan yang dipisahkan tanda koma (normandiri, BK dan Edar suctipto, 2020) bilangan-bilangan pembentuk barisan disebut suku, setiap suku diberi nama sesuai dengan nomor urutnya. Jika suku-suku suatu barisan dijumlahkan, penjumlahan berurut dari suku-suku disebut deret.

Materi barisan dan deret pada penulisan ini dibatasi dengan barisan dan deret geometri. Materi barisan dan deret geometri disini merupakan salah satu materi pokok untuk kelas X SMA/MA yang sederajat yang mengacu pada kurikulum 2013. Bilangan-bilangan yang terdapat dalam suatu barisan disebut suku dari barisan.

$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$  disebut suku

$U_1$  = suku ke 1

$U_2$  = suku ke 2,

Demikian seterusnya.

Contoh:

- a. 1,2,3,4,5,6,... (biasa disebut barisan bilangan asli)
- b. 2,4,6,8,10,... (biasa disebut barisan bilangan genap)
- c. 1,3,5,7,9,...(biasa disebut barisan bilangan ganjil)
- d. 1,4,9,16,25,...(biasa disebut barisan bilangan kuadrat)

deret bilangan adalah jumlah beruntun dari suku-suku barisan bilangan. Misal jumlah  $n$  suku pertama dari suku-suku barisan biasa dinotasikan  $S_n$  maka :

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n.$$

Jadi berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa barisan bilangan dan deret bilangan memiliki persamaan dan perbedaan. Persamaannya sama-sama susunan anggota suatu himpunan berdasarkan suatu aturan tertentu, dan perbedaannya kalau barisan bilangan setiap anggota suatu himpunan tersebut dipisahkan dengan tanda penjumlahan.

Barisan dan deret bilangan dibagi menjadi 2, yaitu aritmetika dan geometri.

### 1. Barisan dan Deret Aritmatika

#### a. Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika merupakan barisan bilangan  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$  yang selisih setiap dua suku berurutan selalu sama (tetap). Selisih setiap dua suku berurutan itu disebut beda yang biasa dilambangkan dengan huruf  $b$ .

$$b = U_n - U_{n-1}$$

dengan

$$U_1 = \text{suku pertama}$$

$$U_2 = \text{suku kedua}$$

$$U_3 = \text{suku ketiga}$$

....

$$U_n = \text{suku ke } - n$$

Contoh:

Tentukan beda dari barisan 1,3,5

Jawab:

$$b = U_n - U_{n-1} = 3 - 1 = 5 - 3 = 2 .$$

Menentukan nilai suku ke- $n$  suatu barisan aritmatika dengan menggunakan rumus

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Dengan:

$n$  = banyak suku ,  $n \in$  bilangan asli

$a$  = suku pertama

$b$  = beda atau selisih

$U_n$  = suku ke- $n$

Contoh:

Diketahui barisan aritmetika 2,4,6,8,... Tentukan sukuk e 20 dan rumus suku ke- $n$  !

Jawab:

$$b = U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2$$

$$b = U_3 - U_2 = 6 - 4 = 2$$

$$a = 2$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{20} = 2 + (20 - 1)2$$

$$20 = 2 + 38 = 40$$

### b. Deret Aritmatika

Jika  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_n$  merupakan barisan aritmatika, maka  $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$  disebut deret aritmatika.  $U_n$  disebut suku ke  $n$  dari deret itu.

Rumus untuk menentukan deret ke- $n$  suatu barisan aritmatika adalah:

$$S_n = \frac{n(a + U_n)}{2} = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Atau

Karena  $U_n = a + (n - 1)b$  maka dapat ditentukan dengan rumus:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Dengan :

$n$  = banyak suku,  $n \in$  bilangan asli

$a$  = suku pertama

$b$  = beda atau selisih

$U_n$  = suku ke- $n$

$S_n$  = Jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika

Apabila rumus jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatika sudah ditentukan, maka untuk mencari suku ke- $n$  suatu deret aritmatika dapat digunakan rumus berikut:

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

Contoh:

Diketahui deret aritmatika 5,15,25,35,... hitunglah jumlah 10 suku pertama dari deret aritmatika tersebut!

Jawab:

$$U_n = a = 5$$

$$b = 15 - 5 = 25 - 15 = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2.5 + (10 - 1)10)$$

$$S_{10} = 5(10 + 9.10)$$

$$S_n = 5.100$$

$$S_n = 500$$

Jadi jumlah 10 suku pertama dari deret tersebut adalah 500.

## 2. Barisan dan Deret Geometri

### a. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah bilangan yang nilai pembandingan (rasio) antara dua suku yang berurutan selalu tetap, “pembandingan atau rasio” yang biasa dilambangkan dengan huruf  $r$ . sehingga:

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Dengan

$U_1$  = suku pertama

$U_2$  =suku kedua

$U_3$  =suku ketiga

...

$U_n$  =suku ke- $n$

Contoh:

Tentukan rasio dari barisan 2,4,8,16,...256

Jawab:

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$r = \frac{U_3}{U_2} = \frac{8}{4} = 2$$

Menentukan nilai suku ke-n suatu barisan aritmetika dengan menggunakan rumus

Diketahui barisan bilangan aritmatika adalah  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_{n-1}, U_n$  suku pertama  $U_1$  dari barisan aritmatika biasanya dilambangkan dengan huruf a, dan setiap dua susku yang berurutan pada barisan aritmatika memiliki beda yang sama, maka diperoleh

$$U_1 = a$$

$$U_2 = ar$$

$$U_3 = U_2r = (ar)r = ar^2$$

$$U_4 = U_3r = (ar^2)r = ar^3$$

....

$$U_n = U_{n-1}r = ar^{n-1}$$

Sehingga dapat diperoleh bahwa barisan geometri dapat dituliskan dalam bentuk:

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, ar^5, \dots, ar^{n-1}$$

secara umum menentukan suku ke-n dari suatu barisan geometri adalah sebagai berikut:

$$U_n = ar^{n-1}$$

Dengan :

$r$  = rasio/ pembilang

$n$  = bilangan asli

$a$  =suku pertama

Contoh:

Diketahui suatu barisan geometri dengan  $a = 128$  dan  $r = \frac{1}{4}$ . Tuliskan barisan geometri tersebut hingga lima suku pertamanya!

Jawab:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= a = 128 \\
 U_2 &= ar = 128 \cdot \frac{1}{4} = 32 \\
 U_3 &= U_2 r = 32 \cdot \frac{1}{4} = 8 \\
 U_4 &= U_3 r = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2 \\
 U_5 &= U_4 r = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Jadi, barisan geometri tersebut adalah  $128, 32, 8, 2, \frac{1}{2}$

### b. Deret Geometri

Jika  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \dots, U_{n-1}, U_n$  merupakan barisan geometri, maka  $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_{n-1} + U_n$  disebut deret geometri.

Rumus untuk menentukan deret ke-n suatu barisan geometri adalah:

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Untuk  $r \neq 1$  dan  $r < 1$

Dan

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Untuk  $r \neq 1$  dan  $r > 1$

Dengan :

$n$  = banyak suku,  $n \in$  bilangan asli

$a$  = suku pertama

$r$  = rasio

$S_n$  = jumlah  $n$  suku pertama deret geometri

Apabila rumus jumlah  $n$  suku pertama deret geometri sudah ditentukan, maka untuk mencari suku ke- $n$  suatu deret geometri dapat digunakan rumus berikut:

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$



Contoh:

Dari sebuah deret geometri diketahui  $U_6 = 96$  dan  $U_8 = 384$  hitunglah jumlah enam suku pertama deret tersebut!

Jawab:

$$U_8 = ar^7 = 384 \text{ dan } U_6 = ar^5 = 96$$

Sehingga,

$$\frac{U_8}{U_6} = \frac{ar^7}{ar^5} = \frac{384}{96}$$

$$r^2 = 4$$

$$r = 2$$

Jadi,  $r = 2$  maka  $U_6 = a(2)^5 = 96$

$$a = \frac{96}{32}$$

$$a = 3$$

Untuk  $a = 3$  dan  $r = 2$  maka

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_6 = \frac{3(2^6 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = \frac{3(64 - 1)}{1}$$

$$S_n = 189$$

Jadi jumlah 6 suku deret tersebut adalah 189.

## 2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Studi terdahulu adalah penelusuran terhadap studi dan karya-karya terdahulu yang terkait untuk menghindari duplikasi, plagiasi, repitisi, serta menjamin keaslian dan keabsahan penelitian yang dilakukan, peneliti mendapatkan atau menemukan beberapa pendapat yaitu:

Subanji dan Maedi (2014), dengan judul penelitian *the pseudo covariational reasoning thought processes in constructing graph function of reversible event*

*dynamics based on assimilation and accommodation frameworks*. Berdasarkan dari temuan penelitian bahwa terjadinya proses berpikir dari penalaran kovarian semu dimulai dari ketidaksempurnaan proses asimilasi atau akomodasi, hal ini mengakibatkan ketidaksempurnaan dari pembentukan struktur sub pemikiran.

Ketidaksempurnaan asimilasi atau akomodasi dapat terjadi dalam tiga bentuk: 1) ketidaklengkapan sub struktur pemikiran dalam proses asimilasi, 2) ketidaklengkapan sub struktur pemikiran dalam proses akomodasi, 3) ketidaklengkapan penggunaan struktur pemikiran dalam proses asimilasi atau akomodasi.

Penelitian ini juga mengungkapkan bahwa ada tiga karakteristik dari terjadinya proses berpikir penalaran kovariansional semu: 1) adanya ketidaksempurnaan struktur pemikiran yang digunakan dalam generasi solusi, 2) proses refleksi tidak dimaksimalkan dan 3) keberadaan kesadaran sampai dengan meluruskan solusi keluar solusi.

Wibawa (2016) dengan judul *defragmenting* struktur berpikir *pseudo* dalam memecahkan masalah matematik. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan adalah salah satu karakteristik kesalahan peserta didik dalam berpikir matematis adalah berpikir *pseudo*, berdasarkan pemahaman prosedur yang digunakan peserta didik dalam menjawab soal dan keterkaitan dengan konsep-konsep yang lain.

Berpikir *pseudo* dibagi menjadi dua, yaitu: berpikir *pseudo* analitik dan berpikir *pseudo* konseptual. Berpikir *pseudo* analitik adalah aktivitas mental yang terjadi di dalam otak yang tidak didasarkan terhadap kontrol pada prosedur yang dipilih dan prosedur yang digunakan dan berpikir *pseudo* kontekstual adalah aktivitas mental yang terjadi di dalam otak yang tidak memikirkan makna suatu konsep yang digunakan dan hubungannya dengan konsep lain.

Berdasarkan jawaban yang diberikan peserta didik dan proses klarifikasi yang digunakan, berpikir *pseudo* terbagi menjadi dua, yaitu berpikir *pseudo* salah dan berpikir *pseudo* benar. Berpikir *pseudo* salah adalah aktivitas mental yang terjadi di dalam otak dalam memberikan jawaban salah namun dapat memperbaiki kesalahan setelah melakukan refleksi diri. *Pseudo* benar adalah aktivitas mental yang terjadi di dalam otak dalam memberikan jawaban yang benar namun tidak

dapat memberikan atau terjadi kesalahan dalam memberikan justifikasi pada jawaban yang diberikan.

Berpikir *pseudo* perlu mendapat perhatian lebih sebagai salah satu pengetahuan mengenai terjadinya kesalahan dalam berpikir matematis seseorang. Berpikir *pseudo* pada peserta didik terjadi hampir disemua materi, mulai dari aritmatika (konsep yang paling dasar), aljabar, geometri, hingga kalkulus. Dengan memahami proses terjadinya berpikir *pseudo* ini, diharapkan para pendidik (orang tua, guru, dosen, dan para pemerhati pendidikan) lebih bijaksana dalam melihat perilaku yang terjadi pada peserta didik atau seseorang. Dengan mempertimbangkan apakah ada indikasi perilaku *pseudo* yang terjadi, maka diharapkan pula dapat membuat desain pembelajaran, bahan ajar, dan model pendekatan kepada peserta didik yang dapat meminimalisir terjadinya berpikir *pseudo*.

Ditinjau dari pola struktur berpikir peserta didik secara utuh, kesalahan yang terjadi sebenarnya dapat di atasi oleh peserta didik, hanya saja skema tersebut belum diaktivasi. Peneliti memberikan intervensi terbatas yang tujuannya agar peserta didik mampu menyadari kesalahan yang terjadi dan memperbaiki kesalahannya sendiri. Peserta didik melakukan *checking* dengan memikirkan kembali ide-ide yang sudah dikonstruksi. Peserta didik memunculkan kesadarannya bahwa diperlukan ide yang bisa diaktivasi agar dapat memperbaiki kesalahan yang terjadi. Peserta didik melakukan *repairing* dengan respon yang cepat “oh.. ternyata bisa menggunakan cara/ strategi ini...”. peserta didik melakukan penstrukturan ulang dengan menambahkan skema baru yang sudah diaktivasi.

Peserta didik kemudian melakukan *ascertaining* dengan memastikan bahwa skema yang diaktivasi sudah sesuai dengan masalah yang dihadapi. Dalam penelitiannya karakteristik subjek belum dipertimbangkan untuk mengungkap adanya fragmentasi dan defragmentasi struktur berpikir. Dalam hal ini, karakteristik yang dimaksud adalah gaya belajar, gaya kognitif, dan karakteristik kepribadian peserta didik .

Wibawa, Subanji, Chandra (2013) Dengan penelitiannya berjudul *defragmenting* berpikir *pseudo* peserta didik dalam memecahkan masalah limit fungsi. Terjadinya proses berpikir *pseudo* salah peserta didik dalam memecahkan masalah limit fungsi berdasarkan aktivitas *problem solving* diawali dengan kesalahan peserta didik dalam membuat asumsi pada saat melakukan proses memahami masalah (*understanding the problem*).

Kesalahan asumsi yang dibuat terjadi akibat cara berpikir peserta didik yang spontan tanpa melihat kebermaknaan masalah, artinya peserta didik tidak melakukan kontrol terhadap apa yang sedang dipikirkan dan apa yang sedang dikerjakan. Kesalahan asumsi pada saat memahami masalah ini mengakibatkan peserta didik menemukan jawaban salah pada saat melakukan proses melaksanakan rencana (*carry out the plan*).

Terjadinya proses berpikir *pseudo* pada peserta didik yang kedua diakibatkan karena ketidaklengkapan substruktur berpikir peserta didik dalam proses merencanakan cara penyelesaian (*device a plan*). Peserta didik sering tampak kebingungan ketika mengerjakan masalah yang diberikan, karena tidak memiliki arah kemana dan strategi apa yang harus digunakan untuk memecahkan masalah yang sedang dihadapi.

Terjadinya proses berpikir *pseudo* salah peserta didik ini telah menghasilkan suatu skema berpikir yang terpecah-pecah atau tidak terhubung dengan baik. Peserta didik menyadari bahwa konsep yang sudah pernah dipelajari sebelumnya sangat sulit untuk diingat kembali (lupa) karena tidak dipahami dengan baik.

Nur F (2013) dengan judul faktor-faktor penyebab berpikir *pseudo* dalam menyelesaikan soal-soal kekontinuan fungsi linear yang melibatkan nilai mutlak berdasarkan gaya kognitif peserta didik. Hasil dari penelitian ini yaitu faktor-faktor penyebab berpikir *pseudo* dalam menyelesaikan soal-soal kekontinuan fungsi linear yang melibatkan nilai mutlak berdasarkan gaya kognitif peserta didik akan diuraikan sebagai berikut:

1. Faktor-faktor penyebab berpikir *pseudo* peserta didik gaya kognitif adalah :
  - a. Pada peserta didik gaya kognitif F1 kategori 1, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: subjek kehilangan tahap kontrol, belajar hafalan, faktor kebiasaan.

- b. Pada peserta didik gaya kognitif F1 kategori 2, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: subjek kehilangan tahap kontrol, dan belajar hafalan.
  - c. Pada peserta didik gaya kognitif F1 kategori 3, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: subjek kurang berkomitmen kognitif, dan kurangnya pemahaman konsep.
2. Faktor-faktor penyebab berpikir *pseudo* peserta didik gaya kognitif adalah :
- a. Pada peserta didik gaya kognitif FD kategori 1, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: belajar hafalan, dan kurangnya pemahaman konsep prasyarat.
  - b. Pada peserta didik gaya kognitif FD kategori 2, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: subjek kurang berkomitmen kognitif, subjek kehilangan tahap kontrol, dan belajar hafalan.
  - c. Pada peserta didik gaya kognitif FD kategori 3, berpikir *pseudo* disebabkan oleh: subjek kurang berkomitmen kognitif, dan belajar hafalan.

### 2.3 Kerangka Teoretis

Peserta didik dalam belajar matematika harus berada dalam situasi belajar yang benar, seseorang harus terlibat secara intelektual pada topik yang dihadapi. Menurut Ausubel (1968) belajar bermakna merupakan suatu proses mengaitkan informasi baru pada konsep-konsep relevan yang terdapat dalam struktur kognitif seseorang. Struktur kognitif meliputi fakta-fakta, konsep-konsep, dan generalisasi-generalisasi yang telah dipelajari dan diingat peserta didik .

Faktor-faktor utama yang mempengaruhi belajar bermakna menurut Ausubel adalah struktur kognitif yang ada, stabilitas dan kejelasan pengetahuan dalam suatu bidang studi tertentu dan pada waktu tertentu. Pembelajaran bermakna terjadi apabila seseorang belajar dengan mengasosiasikan fenomena baru ke dalam struktur pengetahuan mereka. Dalam proses belajar seseorang mengkonstruksi apa yang telah ia pelajari dan mengasosiasikan pengalaman, fenomena, dan fakta-fakta baru ke dalam struktur pengetahuan mereka.

Terkait dengan belajar bermakna pemahaman peserta didik terhadap masalah merupakan hal yang sangat penting. Menurut Skemp (1976) pemahaman dibagi menjadi dua kategori yakni pemahaman relasional dan pemahaman instrumental.

Dengan menggunakan soal terbuka dalam penelitian ini akan dianalisis peserta didik yang memiliki kemampuan rendah, kemampuan sedang dan kemampuan tinggi. Dari peserta didik yang telah dianalisis lalu peserta didik diberikan soal cerita materi segitiga dan segiempat

Berpikir adalah proses yang membentuk representasi mental baru melalui transformasi informasi oleh interaksi kompleks dari mental yang mencakup pertimbangan, pengabstrakan, penalaran, penggambaran, pemecahan masalah logis, pembentukan konsep kreativitas dan kecerdasan (Robert, L. Solso, 2009).

Dalam menyelesaikan suatu masalah (khususnya masalah matematika) ada dua kemungkinan yang bisa diperoleh: jawaban benar atau jawaban salah. Jawaban benar belum tentu dihasilkan dari suatu proses berpikir yang benar. Peserta didik yang menjawab benar tetapi semu tersebut disebut sedang mengalami berpikir *pseudo*-benar. Dan sebaliknya Jawaban salah tidak berarti mereka tidak mampu menyelesaikannya. Sebenarnya masalah tersebut, sangat sederhana yang biasa diberikan di tingkat Sekolah Dasar, sehingga mereka pasti mampu menyelesaikannya, seandainya bisa menggunakan berpikir "sedikit" analitik. Karena itu jawaban salah yang terjadi masih semu dan orang tersebut dalam kondisi berpikir *pseudo*-salah.

Berbicara banyak pada saat proses pembelajaran dan pemecahan masalah berlangsung, tapi itu tidak benar-benar terjadi menjadi pemecahan masalah bagi peserta didik. Hal ini sejalan dengan yang dikemukakan oleh Brousseau (1988) bahwa kontrak pembelajaran yang telah membuat peserta didik tidak boleh menunjukkan ketidaktertarikan mereka dalam kegiatan pembelajaran yang telah diatur oleh sistem pendidikan. Itu mengakibatkan bukannya proses belajar atau pemecahan masalah yang terjadi, melainkan peserta didik mencoba proses lain yang bertujuan hanya untuk menghasilkan jawaban yang benar (Vinner).

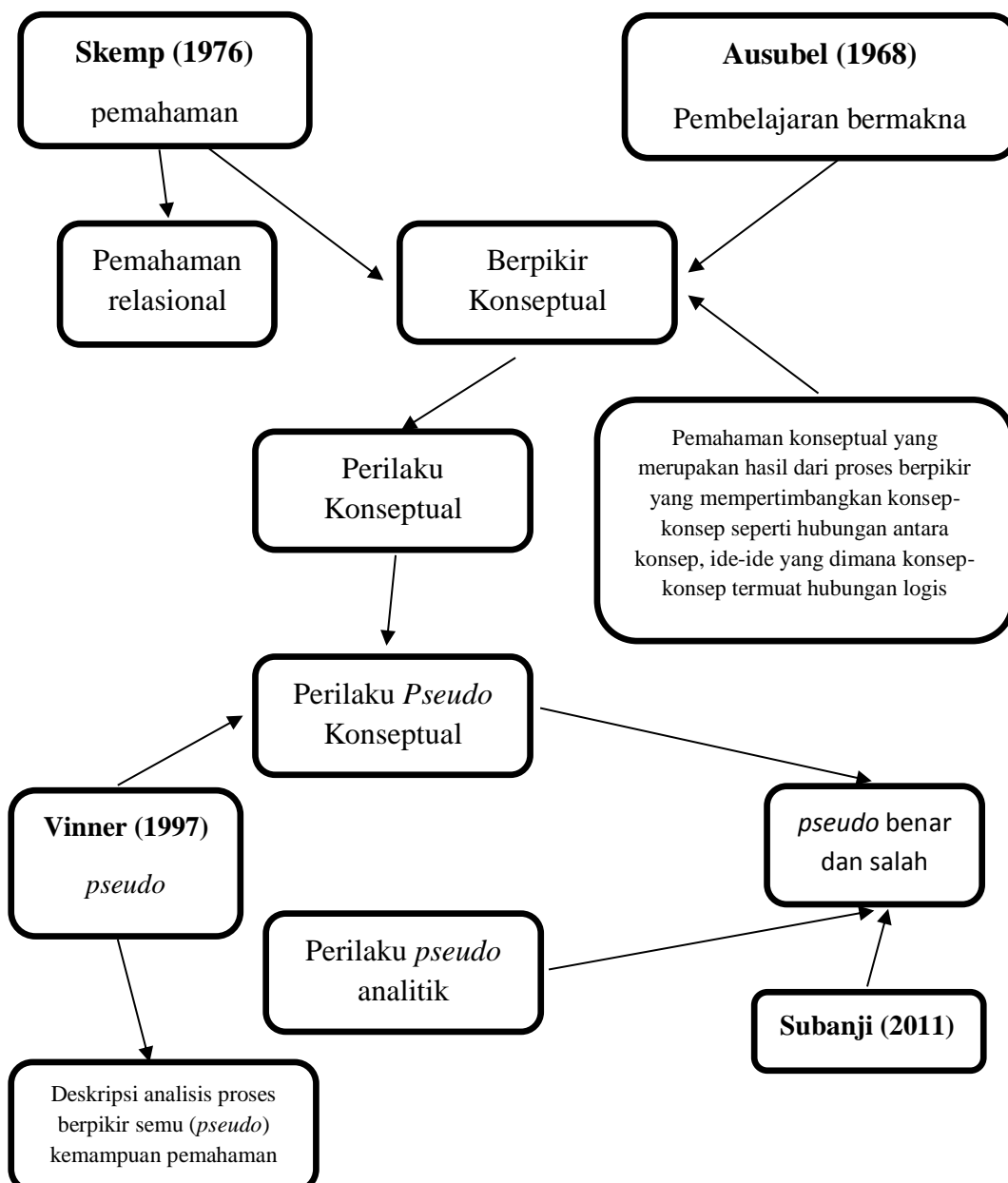
Proses berpikir *pseudo* (analitik *pseudo*, *Established Experience*, proses S1, *Direct Translation Approach*) dihasilkan dari proses "spontan, tidak fleksibel (sulit berubah), dan tidak terkontrol", serta *superficial similarities* dan *fuzzy memory*. Pada saat diberikan masalah matematika, peserta didik yang proses berpikirnya "*pseudo*" akan cenderung mengaitkan dengan masalah yang

dianggapnya sama, meskipun kesamaan yang dibuatnya bersifat dangkal/tergesa-gesa (*superficial similarities*). Peserta didik juga akan mengaitkan dengan apa yang di-ingatnya, meskipun ingatannya masih samar-samar/kabur (*fuzzy memory*). Selanjutnya peserta didik secara spontan menyelesaikan masalah tanpa memahami secara mendalam struktur yang terlibat dalam masalah tersebut dan tidak melakukan pengecekan kembali (kontrol/refleksi) terhadap apa yang dikerjakannya. Karena itu, proses berpikir *pseudo* masih merupakan proses berpikir yang “mentah” dan bukan proses berpikir yang sesungguhnya.

Proses berpikir *pseudo* terjadi sebagai dampak pembelajaran yang hanya menekankan prosedur dan tidak menjelaskan mengapa prosedur tersebut digunakan. Akibatnya peserta didik beranggapan bahwa dalam menyelesaikan masalah, cukup memilih prosedur penyelesaian yang sesuai dengan masalah yang diberikan. Dalam hal ini fokus pembelajaran tidak pada *mengapa* prosedur tertentu itu yang digunakan untuk menyelesaikan, tetapi prosedur *mana* yang dipilih untuk menyelesaikan masalah dan pada *bagaimana* menyelesaikan dengan prosedur tersebut. Dengan penekanan pembelajaran hanya pada prosedur mengakibatkan penalaran peserta didik tidak berkembang secara optimal. Seringkali dalam menyelesaikan suatu masalah, peserta didik berpikir seolah-olah mengikuti proses penalaran, namun sebenarnya proses berpikir peserta didik tersebut belum sesuai dengan proses penalaran.

Adapun jenis-jenis berpikir *pseudo* yang diamati adalah : (1) berpikir *pseudo* konseptual yaitu keadaan dimana peserta didik memiliki pemahaman konseptual yang tidak utuh, dimana ia tidak mampu untuk memberikan alasan yang benar atas sebuah pendapat yang telah diutarakan dan pada akhirnya peserta didik sekadar mengalami proses berpikir yang tidak bermakna. (2) berpikir *pseudo* analitik yaitu keadaan dimana peserta didik tidak mampu menganalisis secara tepat mengenai suatu permasalahan. Ada langkah yang tidak dilakukan oleh peserta didik dalam proses analisisnya. (3) *pseudo* pemahaman terjadi apabila peserta didik mengalami berpikir *pseudo* konseptual sekaligus berpikir *pseudo* analitik. (4) *pseudo* benar terjadi jika peserta didik yang menjawab benar tetapi memiliki proses berpikir yang semu. (5) *pseudo* salah terjadi jika peserta didik

bisa menyelesaikan masalah yang dihadapi tetapi jawaban yang diberikan salah dan setelah refleksi peserta didik mampu memperbaiki menjadi jawaban benar.





Gambar 1.1 Peta Konsep Kerangka Pemikiran

## **2.4 Fokus Penelitian**

Fokus penelitian ini adalah peneliti meneliti tentang bagaimana proses berpikir *pseudo*-benar dan berpikir *pseudo*-salah dalam menyelesaikan soal barisan dan deret.

### **2.4.1. Berpikir *pseudo* benar**

Berpikir *pseudo* benar adalah berpikir yang dilakukan oleh peserta didik dengan memberikan jawaban yang benar, akan tetapi tidak mampu memberikan justifikasi terhadap jawabannya, dengan kata lain tidak bisa mempertanggungjawabkan hasil jawabannya.

### **2.4.2. Berpikir *pseudo* salah**

Berpikir *pseudo* salah adalah berpikir yang dilakukan oleh peserta didik dengan memberikan jawaban yang salah, tetapi setelah melakukan refleksi mampu memperbaikinya sehingga menjadi jawaban yang benar.

### **2.4.3. Proses terjadinya berpikir *pseudo***

1. Kesalahan dalam memahami masalah
2. Ketidaklengkapan substruktur dalam merencanakan strategi