

## **BAB 2**

### **LANDASAN TEORETIS**

#### **2.1 Kajian Teori**

##### **2.1.1 Masalah Matematik**

Dalam kehidupan tidak terlepas dari yang namanya masalah. Masalah menuntut banyak hal pemikiran dan akal sebelum pendekatan yang tepat ditemukan (Zeitz, 1995). Masalah adalah suatu situasi atau kondisi (dapat berupa isu/pertanyaan/soal) yang disadari dan memerlukan suatu tindakan penyelesaian, serta tidak segera tersedia suatu cara untuk mengatasi situasi itu. Pengertian “tidak segera” dalam hal ini adalah bahwa pada saat situasi tersebut muncul, diperlukan suatu usaha untuk mendapatkan cara yang dapat digunakan mengatasinya. Masalah merupakan suatu situasi dikatakan masalah bagi seseorang jika ia menyadari keberadaan situasi tersebut, mengakui bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan dan tidak dengan segera dapat menemukan pemecahannya (Bell, 1978). Suatu pertanyaan akan menjadi masalah apabila pertanyaan tersebut menantang yang tidak langsung dapat diselesaikan dengan prosedur rutin yang diketahui peserta didik (Cooney, 1985; Schoenfeld, 1992; Lester & Kehle, 2003; Posamentier & Krulik, 2009; NCTM, 2010).

Tidak semua pertanyaan (persoalan) yang dihadapi oleh peserta didik dalam matematika dan kehidupan sehari-hari dapat dikatakan masalah. Suatu pertanyaan menjadi masalah bagi peserta didik, tetapi bukan suatu permasalahan bagi peserta didik lainnya. Persoalan matematika digolongkan sebagai masalah matematik jika tidak dapat segera diperoleh cara menyelesaikannya, tetapi dengan melalui berbagai kegiatan yang relevan (Hendriana, Rohaeti & Soemarmo, 2017). Masalah dalam matematika diartikan sebagai situasi dimana seseorang tidak dapat menjawab pertanyaan dengan cara atau kebiasaan yang berlaku (Siagian, Saragih & Sinaga, 2019)

Masalah matematika terdiri dari masalah rutin dan non rutin. Masalah rutin merupakan masalah yang diselesaikan dengan cara yang biasa dilakukan peserta didik dalam langkah per langkahnya, sedangkan masalah non rutin merupakan

masalah yang tidak dapat diprediksi (Woodward, Beckman, Driscoll, Franke, Herzig, Jitendra, Koedinger & Ogbuehi, 2012). Selain itu, menurut Pantziarara, Gagatsis & Elia (2009) masalah rutin melibatkan penerapan perhitungan rutin. Sedangkan masalah non rutin muncul ketika seorang individu menghadapi situasi tertentu, bermaksud untuk mencapai situasi yang diperlukan, tetapi tidak tahu cara langsung mengakses atau memenuhi tujuannya. Masalah non rutin tidak memiliki solusi langsung, tetapi membutuhkan pemikiran kreatif dan penerapan strategi tertentu untuk memahami situasi masalah dan menemukan cara untuk menyelesaikan masalah.

Masalah matematika apabila dilihat dari banyaknya solusi (cara penyelesaiannya) dapat bersifat tertutup dan terbuka. Masalah tertutup merupakan masalah yang memiliki satu solusi penyelesaian, sedangkan masalah terbuka merupakan masalah memiliki bermacam-macam solusi penyelesaian (Nohda, 2000; Yee, 2002; Hendriana, Rohaeti & Soemarmo, 2017).

Berdasarkan uraian tersebut, masalah matematik merupakan suatu pertanyaan atau persoalan yang menantang bagi peserta didik dan penyelesaiannya tidak langsung dapat diselesaikan dengan prosedur rutin. Dengan kata lain, jika suatu pertanyaan dapat segera diselesaikan maka pertanyaan tersebut merupakan pertanyaan biasa, hal ini dapat dikarenakan pertanyaan tersebut sudah pernah dihadapinya dan tahu cara penyelesaiannya.

### **2.1.2 Pemecahan Masalah**

Pemecahan masalah merupakan salah satu kemampuan dasar matematik yang penting dan harus dikuasai peserta didik. Pentingnya pemecahan masalah tercantum dikurikulum dan tujuan pembelajaran matematika (Kurikulum matematika 2013), serta tercermin dari pernyataan *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM) (2000) standar kemampuan matematis yang harus dimiliki peserta didik meliputi kemampuan pemecahan masalah, kemampuan koneksi, kemampuan penalaran dan pembuktian, kemampuan komunikasi, dan kemampuan representasi. Pemecahan masalah sangat penting dikuasai peserta didik serta menjadi tujuan matematika disemua tingkat pendidikan (Yee, 2002;

Torner, Schoenfeld & Reiss, 2007; Kennedy, Tipps, dan Jhonson, 2007). Selain itu, pemecahan masalah sangat penting dimiliki oleh setiap peserta didik karena pemecahan masalah merupakan tujuan umum pengajaran matematika; pemecahan masalah meliputi metode, prosedur dan strategi merupakan proses inti dan utama dalam kurikulum matematika; dan pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika (Branca, 1980).

Pemecahan masalah merupakan proses peserta didik menggunakan kemampuan dan pemahamannya dan diaplikasikan pada situasi yang baru (Krulick, Runnick, & Milou, 2003). Menurut Gagne (dalam Bell, 1978) pemecahan masalah merupakan tahap belajar yang paling tinggi dan kompleks. Selanjutnya, Lester dan Kehle (2003) menyatakan pemecahan masalah merupakan kegiatan yang melibatkan berbagai tindakan dalam pikiran, aplikasi dalam penggunaan pengetahuan dan pengalaman. Menurut Saad & Ghani (2008) pemecahan masalah merupakan suatu proses terencana yang harus dilakukan untuk memperoleh penyelesaian tertentu dari sebuah masalah yang tidak diperoleh dengan segera. Kemudian, Stenberg (2003) menyatakan pemecahan masalah merupakan proses mental yang dilakukan dengan menemukan, menganalisis, dan memecahkan masalah. Selain itu Montague (2007) mengemukakan pemecahan masalah merupakan aktivitas kognitif yang kompleks dengan disertai sejumlah proses. Pemecahan masalah tidak sekedar mengaplikasikan suatu algoritma tetapi memuat pemahaman dan aktivitas intelektual yang bukan kegiatan rutin.

Dalam pemecahan masalah memerlukan pengetahuan dan keterampilan yang telah dimiliki/dikuasai sebelumnya untuk menjawab suatu pertanyaan yang belum terjawab/suatu masalah yang sulit untuk diselesaikan (Ormrod, 2009). Selain itu, pemecahan masalah harus ditanamkan pada peserta didik karena konsep matematika akan bermakna jika diterapkan dalam soal pemecahan masalah matematik. Pemecahan masalah berarti menemukan suatu cara menyelesaikan masalah, mencari jalan ke luar dari kesulitan, menemukan cara di sekitar rintangan, mencapai tujuan yang diinginkan, dengan alat yang sesuai. Pemecahan masalah tidak sekedar mengaplikasikan suatu algoritma, namun

memuat pemahaman dan aktivitas intelektual yang bukan berupa kegiatan rutin. Pemecahan masalah diawali dengan menghadapkan peserta didik pada masalah. Masalah yang diberikan pada peserta didik berupa soal-soal cerita non-rutin yang bisa diselesaikan dengan berbagai cara.

Sumarmo (2015) menyatakan pemecahan masalah matematik mempunyai dua makna yaitu

- (1) Pemecahan masalah sebagai suatu pendekatan pembelajaran, yang digunakan untuk menemukan kembali (*reinvention*) dan memahami materi, konsep dan prinsip matematika.
- (2) Sebagai tujuan atau kemampuan yang harus dicapai, yang dirinci dalam indikator:
  - (a) Mengidentifikasi kecukupan data untuk pemecahan masalah sehari-hari.
  - (b) Membuat model matematika dari suatu situasi atau masalah sehari-hari dan menyelesaikannya.
  - (c) Memilih dan menerapkan strategi untuk menyelesaikan masalah matematika dan atau diluar matematika.
  - (d) Mengemukakan atau menginterpretasikan hasil sesuai permasalahan asal, serta memeriksa kebenaran hasil atau jawaban.
  - (e) Menerapkan matematika secara bermakna.

Polya (1973) menyatakan pemecahan masalah adalah sebagai suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari masalah yang solusinya tidak segera diperoleh. Lebih lanjut Polya (1973) menyatakan dalam pemecahan masalah memuat empat langkah penyelesaian yaitu memahami masalah (*understanding the problem*), membuat rencana (*devising a plan*), melaksanakan rencana (*carrying out the plan*) dan memeriksa kembali (*looking back*). Langkah-langkah penyelesaian menurut Polya (1973) dapat dilakukan melalui pertanyaan berikut

- (1) Memahami Masalah
  - (a) Apa yang diketahui atau apa yang ditanyakan?
  - (b) Apa datanya?
  - (c) Bagaimana kondisinya? Apakah mungkin untuk memenuhi kondisi tersebut? Apakah kondisi tersebut cukup untuk menentukan yang

ditanyakan? Apakah itu tidak cukup, atau berlebihan, atau saling bertentangan?

(d) Buatlah gambar, dan tulislah notasi yang sesuai!

(2) Membuat Rencana

(a) Pernahkah anda melihatnya sebelumnya? Atau pernahkah anda melihat soal yang sama atau serupa dalam bentuk lain?

(b) Tahukah soal yang terkait dengan soal ini? Teori mana yang dapat digunakan dalam masalah ini?

(c) Perhatikan yang ditanyakan! Coba pikirkan soal yang sudah dikenal yang sama atau serupa dengan yang ditanyaan.

(d) Jika ada soal yang serupa, dapatkan pengalaman yang lama digunakan dalam masalah sekarang? Dapatkan hasil dan metode yang lalu digunakan? Apakah harus dicari unsur lain agar memanfaatkan soal semula? Dapatkan menyatakan dalam bentuk lain? Kembali ke definisi!

(e) Andaikan soal baru belum dapat diselesaikan, coba pikirkan soal serupa dan selesaikan!

(3) Melaksanakan Rencana

(a) Laksanakan rencana pemecahan dan periksa tiap langkahnya!

(b) Periksa bahwa tiap langkah perhitungan sudah benar!

(c) Bagaimana membuktikan bahwa langkah yang dipilih sudah benar?

(4) Memeriksa Kembali

a) Dapatkan diperiksa hasilnya?

b) Dapatkan dicari hasil itu dengan cara lain?

c) Dapatkan anda melihatnya secara sekilas?

d) Dapatkan hasil atau cara itu digunakan untuk soal-soal lainnya?

Dari uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa pada langkah memahami masalah, peserta didik mengidentifikasi unsur yang diketahui, hubungan dan nilai-nilai yang saling berkaitan, yang ditanyakan, dan memeriksa kecukupan unsur dalam menyelesaikan masalah. Kemudian pada langkah membuat rencana, peserta didik mengidentifikasi operasi yang terlibat dan strategi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah. Selanjutnya pada langkah melaksanakan rencana peserta

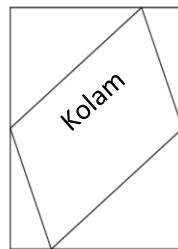
didik melaksanakan apa yang telah direncanakan sebelumnya, melaksanakan strategi dan melakukan perhitungan. Apabila strategi yang telah direncanakan tidak terlaksana, maka peserta didik mencari strategi lainnya. Pada langkah melihat kembali, peserta didik memeriksa kembali apa yang telah diidentifikasi, memeriksa kembali perhitungan yang telah dilakukan, melihat alternatif penyelesaian lainnya dan bertanya pada diri sendiri apakah pertanyaan sudah benar-benar terjawab.

Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa dalam memecahkan masalah matematik hendaknya peserta didik dibiasakan untuk memahami masalah. Kemudian, diharapkan peserta didik mampu merumuskan masalah situasi sehari-hari, merencanakan pemecahan masalah yang dihadapi, menerapkan strategi untuk menyelesaikan berbagai masalah, dan memeriksa kebenaran jawaban yang didapat. Langkah-langkah dalam pemecahan masalah dapat membantu peserta didik memahami fakta-fakta, konsep, atau prinsip matematika dengan menyajikan ilustrasi dan realisasinya. Melalui kegiatan ini aspek-aspek kemampuan matematika penting seperti penerapan aturan pada masalah tidak rutin, penemuan pola, penggeneralisasian, komunikasi matematik dan lain-lain dapat dikembangkan secara lebih baik.

Pemecahan masalah merupakan kegiatan yang sangat penting dalam pembelajaran matematika karena prosedur pemecahan masalah dapat melatih kemampuan analisis peserta didik yang diperlukan untuk menghadapi masalah-masalah yang ditemuinya dalam matematika maupun di kehidupan sehari-hari. Soal pemecahan masalah matematika yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang disajikan dalam bentuk verbal dikenal dengan soal cerita. Menurut Gerofsky (1996) mengungkapkan soal cerita memungkinkan peserta didik untuk mempelajari matematika dari berbagai sudut pandang situasi nyata yang familiar bagi peserta didik. Selain itu menurut Haryanti (2018) soal cerita melatih peserta didik untuk berpikir secara analisis dan interpretasi informasi sebagai landasan untuk menentuka pilihan dan mengambil keputusan, melatih kemampuan dan operasi hitung, prinsip-prinsip atau rumus-rumus dari materi yang telah dipelajari.

Berikut contoh soal pemecahan masalah berbentuk soal soal cerita pada materi sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian Polya :

**Soal :**



Gambar tersebut merupakan ilustrasi kebun dan kolam milik Pak Kevin. Bagian samping kebun dan sekeliling kolam dipasang pagar dengan total panjang pagar  $156\text{ m}$ . Diketahui perbandingan panjang sisi-sisi kolam ikan  $13\text{ m}$  dan  $20\text{ m}$ . Jika selisih tiga kali panjang dan dua kali lebar kebun  $15\text{ m}$ . Pak Kevin berencana menanam pohon di seluruh kebunnya dengan jarak tanam antar pohon  $1\text{ m}^2$ . Jika luas kolam ikan  $252\text{ m}^2$ , maka berapakah luas kebun yang akan ditanami oleh Pak Kevin?

**Penyelesaian :**

**Langkah 1 : Memahami masalah**

Diketahui : total panjang pagar =  $156\text{ m}$   
 panjang sisi-sisi kolam ikan  $13\text{ m}$  dan  $20\text{ m}$   
 selisih tiga kali panjang dan dua kali lebar kebun =  $30\text{ m}$   
 jarak tanam antar pohon =  $1\text{ m}^2$

Ditanyakan : luas kebun yang akan ditanami?  
 bibit pohon yang harus dipersiapkan?

**Langkah 2 : Membuat rencana pemecahan masalah**

Misal : Sisi ke-1 kolam =  $S_1$

Sisi ke-2 kolam =  $S_2$

Keliling kolam =  $2(S_1 + S_2)$   
 =  $2(20 + 13)$   
 =  $2(33)$

$$= 66 \text{ m}$$

Total panjang pagar = keliling kebun + keliling kolam

$$\leftrightarrow 156 = 2(p + l) + 66$$

$$\leftrightarrow 156 - 66 = 2(p + l)$$

$$\leftrightarrow 2(p + l) = 90$$

$$\leftrightarrow 2p + 2l = 90 \text{ ... pers 1}$$

Model matematika dari “selisih tiga kali panjang dan dua kali lebar kebun = 30 m”

Misal : panjang kebun =  $p$

lebar kebun =  $l$

$$3p - 2l = 30 \text{ ... pers 2}$$

Pers 1 & 2 membentuk sistem persamaan linear dua variabel, yaitu :

$$\begin{cases} 2p + 2l = 90 \\ 3p - 2l = 30 \end{cases}$$

Akan ditentukan nilai  $p$  dan  $l$  dari sistem persamaan linear dua variabel tersebut dengan metode eliminasi

### Langkah 3 : Melakukan perhitungan

Eliminasi pers 1 dan pers 2

$$\begin{cases} 2p + 2l = 90 & \text{semua ruas dikali 3} \\ 3p - 2l = 30 & \text{semua ruas dikali 2} \end{cases}$$

Maka diperoleh

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2p + 2l = 90 \\ 3p - 2l = 30 \end{cases} \\ \hline 5p = 120 \\ p = 24 \text{ m} \end{array} +$$

Eliminasi pers 1 dan pers 2

$$\begin{cases} 2p + 2l = 90 & \text{semua ruas dikali 3} \\ 3p - 2l = 30 & \text{semua ruas dikali 2} \end{cases}$$

Maka diperoleh

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 6p + 6l = 270 \\ 6p - 4l = 60 \end{cases} \\ \hline 10l = 210 \\ l = 21 \text{ m} \end{array} -$$

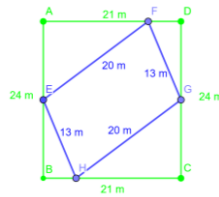
Luas kebun yang akan ditanami = Luas kebun – luas kolam



$$\begin{aligned}
 &= (p \times l) - 252 \\
 &= (24 \times 21) - 252 \\
 &= 504 - 252 \\
 &= 252 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Banyaknya bibit pohon yang harus dipersiapkan =  $\frac{252}{1} = 252$  bibit pohon

#### Langkah 4 : Memeriksa kembali hasil yang diperoleh



Untuk mencari luas kebun yang akan ditanami Pak Kevin bisa dengan menggunakan pythagoras dan luas segitiga.

Berdasarkan gambar tersebut diketahui :

$$AB = CD = 24 \text{ m}$$

$$AD = BC = 21 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 AE = BE = CG = DG &= \frac{1}{2} AB \\
 &= \frac{1}{2} \times 24 \\
 &= 12 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DF = BH &= \sqrt{EH^2 - EB^2} \\
 &= \sqrt{13^2 - 12^2} \\
 &= \sqrt{169 - 144} \\
 &= \sqrt{25} \\
 &= 5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DF = CH &= AD - DF \\
 &= 21 - 5 \\
 &= 16 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$L \Delta FAE = L \Delta HCG = \frac{1}{2} (CG \times CH)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}(12 \times 16) \\
&= \frac{1}{2}(192) \\
&= 96 \text{ m}^2 \\
L \Delta EBH = L \Delta GDF &= \frac{1}{2}(a \times t) \\
&= \frac{1}{2}(DF \times DG) \\
&= \frac{1}{2}(5 \times 12) \\
&= \frac{1}{2}(60) \\
&= 30 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Luas kebun yang akan ditanami} &= L \Delta FAE + L \Delta EBH + L \Delta HCG + L \Delta GDF \\
&= 96 + 30 + 96 + 30 \\
&= 252 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

Jadi Luas kebun yang akan ditanami  $252 \text{ m}^2$  dan banyaknya bibit pohon yang harus dipersiapkan  $= \frac{252}{1} = 252$  bibit pohon.

### 2.1.3 Kesalahan Skema Fong

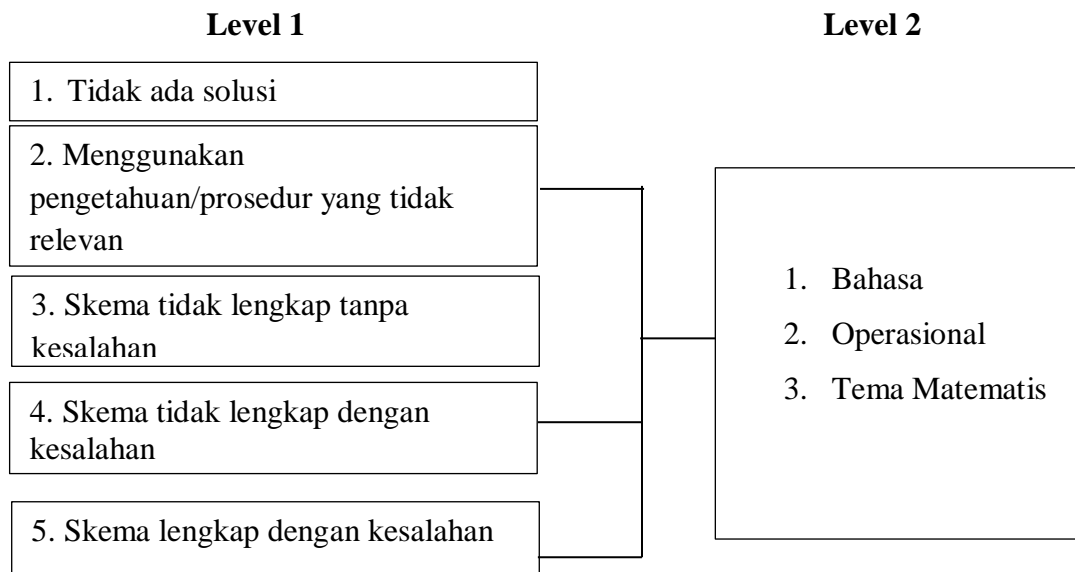
Berbagai penelitian mengenai analisis kesalahan peserta didik diantaranya Newman (1977) terdiri dari 5 kesalahan yaitu *reading*, *comprehension*, *transformation*, *process skill*, dan *encoding*; Watson (1980) mengkategorikan 8 kriteria kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika, yaitu *inappropriate data*, *inappropriate procedure*, *omitted data*, *omitted conclusion*, *response level conflict*, *undirected manipulation*, *skills hierarchy problem*, dan *above order*; Clements (1980) menganalisis mengenai kesalahan peserta didik dalam soal matematika tertulis; dan Fong (1995). Dalam penelitian ini, kesalahan peserta didik dalam memecahkan masalah matematik dianalisis berdasarkan kesalahan Skema Fong.

Skema Fong diperkenalkan oleh *Ho Kheong Fong* pada tahun 1993. Fong (1995) membuat skema dengan dua level yang menggambarkan kesalahan peserta

didik dalam menyelesaikan masalah matematika. Selanjutnya Fong (1995) mengemukakan dua level kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan masalah matematika. Level 1 dikategorikan dalam hal skema strategis (skema penyelesaian) yang terdiri dari tidak ada solusi (*no solution*) yaitu tidak ada penyelesaian yang dilakukan peserta didik tetapi hanya potongan-potongan informasi yang diambil dan ditulis; menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan (*using irrelevant knowledge or procedure*) yaitu penyelesaian masalah matematika yang dilakukan peserta didik tidak ada hubungan dengan pertanyaan yang diberikan walaupun peserta didik menganggap itu merupakan solusi terbaik; skema tidak lengkap tanpa kesalahan (*incomplete schema but without any errors*) yaitu peserta didik dapat menyelesaikan masalah dengan benar tetapi hanya menuliskan beberapa prosedur saja; skema tidak lengkap dengan kesalahan (*incomplete schema but with errors*) yaitu peserta didik tidak dapat menghubungkan semua skema yang relevan dan membuat kesalahan dan skema lengkap dengan kesalahan (*complete schema but with error*) yaitu peserta didik dapat menghubungkan semua skema yang sesuai dengan masalah, tetapi ada kesalahan dalam menyelesaikannya.

Selain itu Fong (1995) mengemukakan level 2 dikategorikan sesuai cara klasik mengklasifikasi kesalahan (klasifikasi kesalahan) terdiri dari kesalahan bahasa meliputi membaca dan memahami masalah; operasional dibagi menjadi dua yaitu eksternal meliputi pengkodean dan kata simbol gambar dan internal meliputi transformasi, mengingat, perhitungan, dan penerapan; tema matematis meliputi fakta dasar matematika, algoritma dan konsep; dan psikologis meliputi motivasi dan kecerobohan peserta didik dalam menyelesaikan soal. Pada penelitian ini difokuskan pada kesalahan bahasa, operasional, dan tema matematis karena sulit untuk mengidentifikasi kesalahan psikologis dari solusi yang ditulis peserta didik.

Berdasarkan kedua level pada Skema Fong, hubungan kedua level tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.1 berikut (Fong, 1995)



**Gambar 2.1 Hubungan Level 1 dan 2 Kesalahan Berdasarkan Skema Fong**

Berdasarkan Gambar 2.1, terlihat pada level 1 pada bagian menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan, skema tidak lengkap dengan kesalahan, dan skema lengkap tapi dengan kesalahan dapat dilanjutkan ke level 2, artinya penganalisisan pada level 2 merupakan kelanjutan dari level 1 menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan, skema tidak lengkap dengan kesalahan, dan skema lengkap dengan kesalahan.

Selanjutnya untuk lebih jelas, berikut indikator kesalahan berdasarkan Skema Fong (Fong, 1995)

**Tabel 2.1 Indikator Kesalahan Berdasarkan Skema Fong**

Level Kesalahan	Kategori Kesalahan	Indikator Kesalahan
Level 1	Tidak ada solusi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik hanya menuliskan kembali soal dan tidak ada solusi yang disajikan.</li> <li>• Peserta didik tidak dapat menghubungkan informasi yang diperoleh dari pertanyaan yang diberikan</li> </ul>
	Menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik menggunakan prosedur yang tidak relevan</li> <li>• Hasil penyelesaian masalah matematik peserta didik</li> </ul>

Level Kesalahan	Kategori Kesalahan	Indikator Kesalahan
		<p>tidak memiliki hubungan dengan pertanyaan yang diberikan, meskipun peserta didik menganggap itu merupakan solusi yang terbaik.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dalam memecahan masalah peserta didik membuat kesalahan level 2.</li> </ul>
	Skema tidak lengkap tanpa kesalahan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik menggunakan prosedur yang relevan dengan solusi</li> <li>• Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang diberikan dengan benar dan tanpa kesalahan, namun hanya menuliskan beberapa prosedur.</li> </ul>
	Skema tidak lengkap dengan kesalahan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Skema tidak lengkap atau tidak dapat menghubungkan semua skema yang relevan.</li> <li>• Dalam memecahan masalah peserta didik membuat kesalahan level 2.</li> </ul>
	Skema lengkap dengan kesalahan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik dapat memecahkan masalah dengan skema yang relevan dan lengkap sesuai dengan soal tetapi masih ada kesalahan.</li> <li>• Peserta didik dapat menghubungkan semua skema yang sesuai dengan masalah tetapi ada kesalahan dalam penyelesaiannya.</li> <li>• Dalam memecahan masalah peserta didik membuat kesalahan level 2.</li> </ul>
Level 2	Bahasa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kesalahan dalam menafsirkan simbol dan kata-kata yang terdapat dalam soal</li> </ul>

Level Kesalahan	Kategori Kesalahan	Indikator Kesalahan
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kesalahan menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan</li> <li>• Kesalahan mengubah informasi dalam soal cerita ke dalam model matematika</li> <li>• Kurang lengkap dalam menuliskan kesimpulan ataupun tidak menuliskan kesimpulan</li> </ul>
	Operasional	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik keliru atau tidak menuliskan satuan</li> <li>• Kesalahan dalam menuliskan persamaan (rumus) dan keterangan dari soal</li> <li>• Melakukan kesalahan dalam perhitungan</li> </ul>
	Tema Matematis	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Peserta didik salah dalam memberikan tanggapan berupa konsep, rumus, ataupun dalil matematika</li> </ul>

#### 2.1.4 Faktor-Faktor Penyebab Kesalahan

Faktor-faktor penyebab kesalahan dalam memecahkan masalah matematik sangat penting untuk diketahui. Menurut Syah (2011) faktor-faktor penyebab kesalahan terdiri dari dua macam, yaitu:

- (1) Faktor intern yaitu hal-hal yang berkaitan dan muncul dari dalam diri peserta didik sendiri. Faktor intern meliputi gangguan atau kurang kemampuan psiko-fisik peserta didik yaitu yang bersifat kognitif, afektif, dan psikomotor.
- (2) Faktor ekstern yaitu hal-hal yang berkaitan dan muncul dari luar diri peserta didik sendiri. Faktor ekstern meliputi semua situasi dan kondisi yang tidak mendukung yaitu lingkungan keluarga, lingkungan masyarakat, dan lingkungan sekolah.

Sutawijaya (2015) mengemukakan faktor penyebab kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal yaitu peserta didik, guru, fasilitas yang digunakan dalam proses pembelajaran dan lingkungan. Menurut Malau (dalam Sahriah,

2015) penyebab kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika dapat dilihat dari beberapa hal yaitu (1) kurangnya pemahaman atas materi prasyarat maupun materi yang dipelajari (2) kurangnya penguasaan bahasa matematika (3) keliru menafsirkan atau menerafkan rumus (4) salah perhitungan (5) kurang teliti (6) lupa konsep.

Suroso (2016) mengungkapkan penyebab peserta didik melakukan kesalahan yaitu tidak memahami soal, tidak teliti ketika melakukan perhitungan, terburu-buru saat mengerjakannya dan tidak mengecek kembali hasil pekerjaannya. Selanjutnya, Brucckner (Fitriana,2016) mengemukakan faktor-faktor penyebab kesalahan peserta didik dalam memecahkan masalah matematik yaitu (1) faktor fisiologis menyebabkan peserta didik mengalami kesalahan dalam memecahkan masalah seperti gangguan penglihatan, gangguan pendengaran, gangguan system saraf, dan lainnya. (2) faktor sosial menyebabkan peserta didik mengalami kesulitan belajar antara lain hubungan peserta didik dengan orang tua yang kurang harmonis, minimnya perhatian dan kasih sayang dan kondisi ekonomi keluarga, dan lainnya. (3) faktor emosional menyebabkan peserta didik melakukan kesalahan yaitu sering gagal dalam matematika sehingga mudah berpikir tidak rasional, takut, cemas, dan benci terhadap matematika dan berdampak pada turunnya motivasi, minat, bakat, dan perhatian peserta didik dalam pembelajaran. (4) faktor intelektual seperti IQ, gaya belajar, gaya berpikir, kemampuan komputasional, kemampuan keruangan dan lainnya yang kurang mendukung pelajaran, sehingga dapat mengakibatkan kesulitan belajar.

Nurussafa'at *et.al.* (2016) menyatakan faktor-faktor penyebab peserta didik melakukan kesalahan yaitu: (1) kurang teliti, (2) beranggapan bahwa menulis apa yang diketahui dan ditanya tidak terlalu penting, (3) terbiasa tidak lengkap dalam menuliskan apa yang ditanyakan (4) lupa untuk menuliskan rumus, (5) sengaja tidak menuliskan rumus dengan lengkap, (6) tergesa-gesa, (7) kurang teliti dalam operasi perkalian, (8) sengaja tidak menuliskan satuan dengan lengkap, (9) belum memahami materi, (10) tidak terbiasa dalam menuliskan kesimpulan, (11) belum menguasai langkah-langkah dalam menjawab soal, (12) merasa benar bahwa tanda (=) boleh diganti dengan tanda (:), (13) ingin

menyelesaikan soal dengan cepat, (14) akibat dari kesalahan sebelumnya. Selanjutnya, Handican dan Safitri (2017) mengemukakan faktor penyebab peserta didik melakukan kesalahan yaitu kurangnya latihan menyelesaikan soal tidak fokus, lupa, kurangnya latihan soal yang level lebih tinggi dan kurang teliti dalam menyelesaikan soal. Selain itu, Haryanti (2018) mengemukakan faktor-faktor penyebab kesalahan yaitu kesalahan dan miskonsepsi. Kesalahan yaitu pekerjaan peserta didik yang salah dalam perhitungan dan faktor miskonsepsi yaitu pemahaman yang salah terhadap suatu konsep, penalaran, prosedur atau prinsip.

Hanipa dan Sari (2019) faktor-faktor penyebab kesalahan peserta didik yaitu kemampuan pemahaman yang rendah dalam menguasai konsep, kurangnya latihan dalam menyelesaikan soal-soal yang bervariasi, tergesa-gesa dan kurang teliti dalam menyelesaikan soal. Haji (Harahap, 2019) mengemukakan faktor-faktor penyebab kesalahan dipengaruhi oleh faktor kognitif dan non kognitif. Faktor kognitif merupakan hal-hal yang berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika dan bagaimana cara peserta didik memproses materi dalam pikirannya meliputi pemahaman, perhitungan, konsep, dan prosedur atau prinsip, sedangkan faktor non kognitif merupakan cara belajar peserta didik yang dipengaruhi oleh kesiapan, kepribadian, sikap, peserta didik terhadap matematika, keadaan emosi, motivasi belajar, fasilitas belajar, kedisiplinan waktu belajar dan suasana rumah.

Dari berbagai pendapat tersebut, penyebab kesalahan dalam penelitian ini dilihat dan digali berdasarkan faktor kognitif meliputi pemahaman, perhitungan, konsep, dan prosedur atau prinsip dan faktor nonkognitif meliputi cara belajar peserta didik yang dipengaruhi oleh kesiapan, kepribadian, sikap, peserta didik terhadap matematika, keadaan emosi, motivasi belajar, fasilitas belajar, kedisiplinan waktu belajar dan suasana rumah.

#### **2.1.5 Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)**

Persamaan linear dua variable yaitu persamaan yang memuat dua variabel dengan pangkat tertinggi satu. Adapun sistem persamaan linear dua variabel



(SPLDV) merupakan sistem yang memuat persamaan-persamaan linear dua variabel.

Bentuk umum Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

$a, b, p, q$  merupakan koefisien,  $x, y$  merupakan variabel dan  $c, r$  merupakan konstanta serta  $a, b, c, p, q, r \in R$ .

Untuk mencari himpunan penyelesaian dari SPLDV dapat dilakukan dengan empat metode yaitu:

- (1) Metode grafik yaitu mencari titik potong dua buah garis lurus.
- (2) Metode substitusi yaitu mengganti (substitusi) salah satu variabel dari persamaan lainnya.
- (3) Metode eliminasi yaitu menghilangkan (eliminasi) salah satu variabel secara bergantian.
- (4) Metode campuran yaitu menggabungkan metode eliminasi dan substitusi.

## 2.2 Hasil Penelitian Yang Relevan

Penelitian Rahmawati *et.al.* (2018) tentang Analisis Kesalahan Peserta Didik *Field Independent* dalam Menyelesaikan Soal Aritmatika Sosial dengan Model Skema Fong Beserta *Scaffoldingnya*. Hasil penelitian diperoleh kesimpulan kesalahan peserta didik yaitu skema tidak lengkap tanpa kesalahan, skema tidak lengkap dengan kesalahan dan skema lengkap dengan kesalahan. Kesalahan tingkat 2 yang terjadi yaitu kesalahan operasional dan kesalahan psikologis. Kesalahan operasional yang dilakukan yaitu kesalahan perhitungan pada operasi perkalian dan kesalahan psikologis yang dilakukan yaitu ketidak telitian ketika menulis dan mensubstitusikan nilai.

Penelitian Han *et.al.* (2016) tentang *Error in Solving mathematical Word Problem*. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah soal cerita yang berkaitan dengan masalah kehidupan nyata dan aplikasinya. Selain itu, banyak siswa melakukan kesalahan pada Skema Fong level 1 yaitu tidak ada solusi, menggunakan

pengetahuan/prosedur yang tidak relevan, skema tidak lengkap dengan kesalahan dan skema lengkap dengan kesalahan.

Penelitian Nurussafa'at *et.al.* (2016) tentang Analisis Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Cerita pada Materi Volume Prisma Dengan *Fong's Schematic Model For Error Analysis* Ditinjau dari Gaya Kognitif Peserta didik. Dari hasil penelitian diperoleh kesimpulan yaitu kesalahan-kesalahan yang dialami peserta didik tipe FD yaitu kesalahan bahasa, opsional, dan tema matematika. Kesalahan-kesalahan yang dialami peserta didik tipe FI yaitu kesalahan bahasa, opsional, dan tema matematika.

Penelitian Kholishoh *et.al.* (2017) tentang Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Cerita dengan *Fong's Schematic Model For Error Analysis* pada Materi Volume Prisma dan Limas Ditinjau dari Gender Siswa. Hasil penelitian diperoleh kesimpulan kesalahan-kesalahan yang dialami siswa gender laki-laki berdasarkan *Fong's Schematic Model For Error Analysis* yaitu kesalahan bahasa, operasional dan tema matematika, namun lebih dominan pada kesalahan operasional. Untuk gender perempuan yaitu kesalahan bahasa, operasional dan tema matematika, namun lebih dominan pada kesalahan operasional dan tema matematika.

Penelitian Rahayu (2018) tentang *Student's Error Analysis in Solving The TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) of Number Content with Fong's Schematic Model for Error Analysis*. Hasil penelitian diperoleh kesimpulan kesalahan yang dilakukan peserta didik terdiri dari kesalahan bahasa, kesalahan operasional, kesalahan tema matematika. Adapun kesalahan peserta didik yang lebih dominan pada kesalahan operasional. Faktor-faktor kesalahan peserta didik yaitu kurang teliti dalam membaca soal dan dalam proses perhitungan, terburu-buru dalam menyelesaikan soal, kurang menguasai dan memahami materi, tidak terbiasa menulis informasi yang diketahui dan ditanyakan pada soal dan tidak terbiasa mengoreksi jawaban sebelum dikumpulkan.

### 2.3 Kerangka Teoritis

Pemecahan masalah merupakan kegiatan menemukan suatu cara menyelesaikan masalah, mencari jalan ke luar dari kesulitan, menemukan cara di sekitar rintangan, mencapai tujuan yang diinginkan, dengan alat yang sesuai. Polya (1973) mengemukakan pemecahan masalah adalah menemukan makna yang dicari sampai akhirnya dapat dipahami dengan jelas. Pemecahan masalah tidak sekedar mengaplikasikan suatu algoritma, namun memuat pemahaman dan aktivitas intelektual yang bukan berupa kegiatan rutin. Lebih lanjut Polya (1973) mengemukakan dalam pemecahan masalah memuat empat langkah penyelesaian yaitu memahami masalah (*understanding the problem*), membuat rencana (*devising a plan*), melaksanakan rencana (*carrying out the plan*) dan memeriksa kembali (*looking back*).

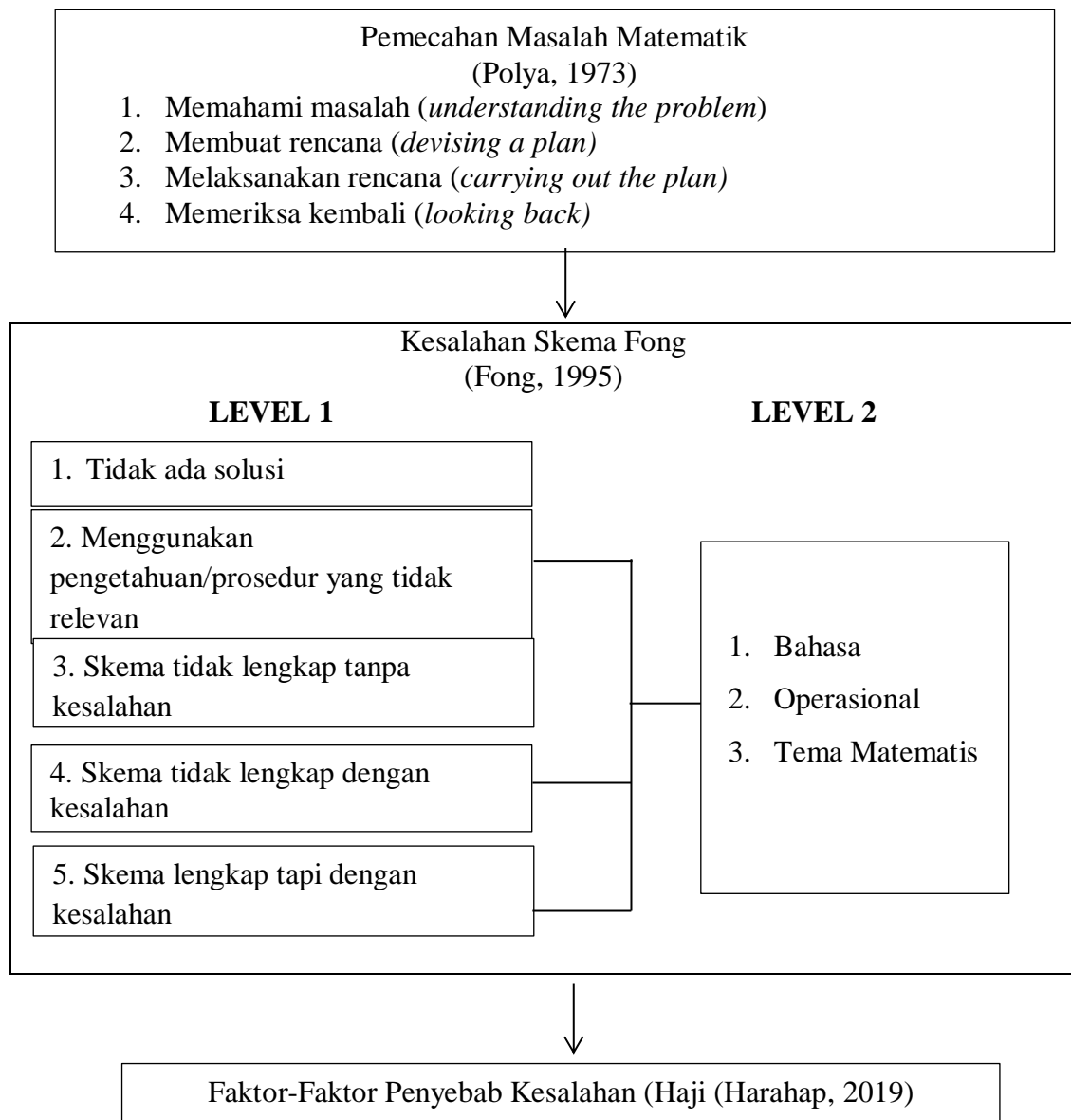
Kingsdorf dan Krawec (2014) mengungkapkan kebanyakan peserta didik masih mengalami kesalahan dalam memecahkan masalah matematik berbentuk soal cerita. Prakitipong dan Nakamura (2006) dalam penelitiannya menyatakan sebagian peserta didik Thailand memiliki kemampuan yang kurang dalam memecahkan masalah, bahkan banyak dari mereka juga tidak dapat menjawab soal yang diberikan. Dari uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa sebagian peserta didik masih mengalami kesalahan dalam memecahkan masalah matematik.

Kesalahan-kesalahan dalam memecahkan masalah matematik perlu dianalisis lebih lanjut. Dengan analisis kesalahan, akan diperoleh penjelasan serta gambaran dari kesalahan-kesalahan peserta didik dalam memecahkan masalah matematik (Herholdt & Sapire, 2014). Hasil analisis kesalahan dapat digunakan guru sebagai bahan pertimbangan dalam proses perencanaan pembelajaran. Dengan demikian, analisis kesalahan secara mendetail dibutuhkan agar kesalahan-kesalahan peserta didik dan penyebabnya dapat diketahui, sehingga kesalahan yang dilakukan peserta didik dapat diminimalisir pada proses belajar mengajar yang akan datang. Analisis kesalahan peserta didik pada penelitian ini akan menggunakan analisis kesalahan dengan skema Fong. Fong (1995) membuat skema dengan dua level yaitu level 1 terdiri dari tidak ada solusi, menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan, skema tidak lengkap tanpa kesalahan,

skema tidak lengkap dengan kesalahan dan skema lengkap dengan kesalahan. Level 2 terdiri dari kesalahan bahasa, operasional, tema matematis, dan psikologis. Pada penelitian ini difokuskan pada kesalahan bahasa, operasional, dan tema matematis karena sulit untuk mengidentifikasi kesalahan psikologis dari solusi yang ditulis peserta didik. Untuk tidak ada solusi dan skema tidak lengkap dengan tidak ada kesalahan, akan langsung dideskripsikan, sehingga akan diperoleh kesimpulan. Analisis kesalahan pada level 2 merupakan deskripsi lanjutan dari level 1 yaitu (E2) menggunakan pengetahuan/prosedur yang tidak relevan, (E4) skema tidak lengkap dengan kesalahan, dan (E5) skema lengkap dengan kesalahan. Lengkap dan tidak lengkapnya penyelesaian, serta ada dan tidak adanya kesalahan dalam penyelesaian tersebut dilihat dari langkah-langkah penyelesaian berdasarkan Polya.

Berbagai faktor yang menyebabkan kesalahan dalam memecahkan masalah matematik terjadi. Salah satunya menurut Haji (Harahap, 2019) mengemukakan faktor-faktor penyebab kesalahan dipengaruhi oleh faktor kognitif dan non kognitif. Faktor kognitif merupakan hal-hal yang berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika dan bagaimana cara peserta didik memproses materi dalam pikirannya meliputi pemahaman, perhitungan, konsep, dan prosedur atau prinsip, sedangkan faktor non kognitif merupakan cara belajar peserta didik yang dipengaruhi oleh kesiapan, kepribadian, sikap, peserta didik terhadap matematika, keadaan emosi, motivasi belajar, fasilitas belajar, kedisiplinan waktu belajar dan suasana rumah.

Kerangka teoretis penelitian ini dapat dilihat pada gambar berikut



**Gambar 2.2 Kerangka Teoretis**

## 2.4 Fokus Penelitian

Fokus penelitian ini yaitu untuk menganalisis kesalahan peserta didik berdasarkan Skema Fong dalam memecahkan masalah matematik dan menggali faktor-faktor penyebabnya dalam memecahkan masalah matematik.